Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
«Самарский государственный архитектурно-строительный университет»

Кафедра высшей математики

КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Контрольные работы по высшей математике

Методические указания для студентов заочного отделения

Часть III

Самара 2006

Составитель: **Горелова Виктория Викторовна**

УДК 517 (075.8)

Кратные интегралы. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Контрольные работы по высшей математике: *Методические указания для студентов заочного отделения.* **Часть III** / Сост. **Горелова В.В.**; Самарск. гос. арх.-строит. ун-т, Самара, 2006. – 52 с.

Разработаны для студентов заочной формы обучения специальностей ЭУС (060800), ЭУГХ (060800), МО (061100), изучающих высшую математику на 2-м курсе в III семестре. Содержат варианты контрольных работ по разделам математики: кратные и криволинейные интегралы, элементы теории поля. Предназначены для самостоятельной работы студентов.

Редактор	Глезерова Л.И.
Технический редактор	Непогодина А.И.
Корректор	Фоменкова Е.М.

Подписано в печать 10.06.06 г. Формат 60х84 $^1/_{16}$. Печать оперативная.
Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 3,25. Усл. печ. л. 3,0. Тираж 180 экз. Заказ № 10693.

Самарский государственный архитектурно-строительный университет
443001 Самара, ул. Молодогвардейская, 194.

Отпечатано в типографии ООО "Издательство "СамЛюксПринт"
Тел.:(846) 310-86-30

Контрольная работа № 5

Кратные интегралы

Вариант № 1

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y=\sqrt{4-x^2}, y=\sqrt{3x}, x\geq 0.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-1}^{0}dx\int\limits_{-8x^2}^{-2x+6}f(x,y)dy$;   2) $\int\limits_{-2}^{-1}dy\int\limits_{-\sqrt{2+y}}^{0}fdx+\int\limits_{-1}^{0}dy\int\limits_{-\sqrt{-y}}^{0}fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями.

$\iint\limits_D (x^2+y)dxdy, D: y=x^2, x=y^2.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V 2y^2e^{xy}dxdydz$; $V:\begin{cases} x=0, y=1, y=x \\ z=0, z=1 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=3/x, y=4e^x, y=3, y=4$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z=x^2+y^2, x+y=1, x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0.$

Вариант № 2

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x^2 = 2y, 5x - 2y - 6 = 0.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-4y-4}^{-8y^3} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^{0} fdx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D xy^2 dxdy, D: y = x^2, y = 2x.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V x^2 z \sin(xyz) dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 2, y = \pi, z = 1 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x = \sqrt{36 - y^2}, x = 6 - \sqrt{36 - y^2}$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = 2 - (x^2 + y^2), x + 2y = 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0.$

Вариант № 3

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x = \sqrt{8 - y^2}, y \ge 0, y = x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{8x^3}^{4x+4} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^y fdx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_0^{\sqrt{2-y^2}} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (x+y)dxdy, D: y^2 = x, y = x.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 ch(2xy)dxdydz$; $V: \begin{cases} x=0, y=-2, y=4x \\ z=0, z=2 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x^2 + y^2 = 72, 6y = -x^2 (y \le 0)$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = x^2, x - 2y + 2 = 0, x + y - 7 = 0, z \ge 0.$

Вариант № 4

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x \ge 0, y \ge 0, y \le 1, y = \ln x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{2y-6}^{8y^3} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\sqrt{y}} fdx fdx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{\sqrt{2-y}} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D x^2 y dxdy, D: y = 2 - x, y = x, x \geq 0.$$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint_V 8y^2 z e^{2xyz} dxdydz; \quad V: \begin{cases} x = -1, y = 2, z = 1 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x = 8 - y^2, x = -2y$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = 2x^2 + 3y^2, y = x^2, y = x, z \geq 0$.

Вариант № 5

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x^2 = 2 - y, x + y = 0$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int_{-1}^{0} dx \int_{4x-4}^{8x^3} f(x, y) dy$; 2) $\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{0} f dy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D (x^3 - 2y) dxdy, D: y = x^2 - 1, x \geq 0, y \leq 0.$$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint_V x^2 sh(3xy) dxdydz; \quad V: \begin{cases} x = 1, y = 2x, y = 0 \\ x = 0, z = 36 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = \frac{3}{x}, y = 8e^x, y = 3, y = 8.$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = 2x^2 + y^2, y = x, y = 3x, x = 2, z \geq 0.$

Вариант № 6

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y = \sqrt{2 - x^2}, y = x^2.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int_0^1 dy \int_{8y^3}^{2y+6} f(x,y)dx$; 2) $\int_0^{1/\sqrt{2}} dy \int_0^{\arcsin y} fdx + \int_{1/\sqrt{2}}^1 dy \int_0^{\arccos y} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint_D (y - x)dxdy, D: y = x, y = x^2.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint_V y^2 z \cos xyzdxdydz$; $V: \begin{cases} x = 1, y = \pi, z = 2 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}.$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = \frac{\sqrt{x}}{2}, y = \frac{1}{2x}, x = 16.$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = x, y = 4, x = \sqrt{25 - y^2}, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

Вариант № 7

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y = x^2 - 2, y = x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-2x-6}^{-8x^3} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_0^{\sqrt{2+y}} fdx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_0^{\sqrt{-y}} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (1+y)dxdy, D: y^2 = x, 5y = x.$

Задача 4

Вычислить.

$\iiint\limits_V y^2 \cos\left(\frac{\pi}{4}xy\right)dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 0, y = -1, y = x/2 \\ z = 0, z = -\pi^2 \end{cases}$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x = 5 - y^2, x = -4y.$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y = \sqrt{x}, y = x, x + y + z = 2, z \geq 0.$

Вариант № 8

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями.

$D: x \geq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-8y^3}^{-4y-4} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^{0} fdx + \int\limits_{1}^{b} dy \int\limits_{-1}^{-\ln y} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_{D}(x+y)dxdy, D: y = x^2 - 1, y = -x^2 + 1.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_{V} x^2 z \sin\frac{xyz}{4} dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 1, y = 2\pi, z = 4 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x^2 + y^2 = 12, \quad -\sqrt{6}y = x^2 (y \le 0)$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y = 1 - x^2, x + y + z = 3, y \ge 0, z \ge 0.$

Вариант № 9

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y^2 = 2x, x^2 = 2y, x \le 1.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-4x-4}^{-8x^3} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x^2}} fdy + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{0}^{x^2} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D x(y-x)dxdy, D: y=5x, y=x, x=3.$$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint_V y^2 e^{-xy} dxdydz; \qquad V: \begin{cases} x=0, y=-2, y=4x \\ z=0, z=1 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y=\sqrt{12-x^2}, y=2\sqrt{3}-\sqrt{12-x^2}, x=0 (x \ge 0).$$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$$z=2x^2+y^2, x+y=4, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0.$$

Вариант № 10

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$$D: x \ge 0, y \ge x, y=\sqrt{9-x^2}.$$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

$$1) \int_{-1}^{0} dy \int_{4y-4}^{8y^3} f(x,y)dx; \quad 2) \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} fdx + \int_{-\sqrt{3}}^{0} dy \int_{-\sqrt{4-x^2}-2}^{0} fdx.$$

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$$\iint_D (x-2)ydxdy, D: y=x, y=\frac{1}{2}x, x=2.$$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint\limits_V 2y^2 z e^{xyz}\,dxdydz\,; \qquad V:\begin{cases} x=1, y=1, z=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=\dfrac{3}{2}\sqrt{x},\quad y=\dfrac{3}{2x}, x=9.$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z=4-x^2, x^2+y^2=4, x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0.$

Вариант № 11

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями.

$D: y^2=2-x, y=x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_1^3 dx \int\limits_0^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy\,;$ 2) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{1-x^2}^1 fdy + \int\limits_1^e dy \int\limits_{\ln x}^1 fdy\,.$

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (x-y^2)dxdy, D: y=x^2, y=1.$

Задача 4

Вычислить.

$$\iiint\limits_V y^2 ch(2xy)dxdydz\,; \quad V:\begin{cases} x=0, y=1, y=x \\ z=0, z=8 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$y=\sqrt{24-x^2}, 2\sqrt{3}y=x^2, x=0 (x\geq 0)\,.$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$2x+3y-12=0, 2z=y^2, x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0.$

Вариант № 12

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x=\sqrt{2-y^2}, x=y^2, y\geq 0.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int_{-5}^{-1} dy \int\limits^{\sqrt{-6y-y^2}} f(x,y)dx$; 2) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} fdx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint_D x^2 ydxdy, D: y=2x^3, y=0, x=1.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint_V x^2 z\, sh(xyz)dxdydz$; $\qquad V: \begin{cases} x=2, y=1, z=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=\sin x, y=\cos x, x=0 (x\geq 0)$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z=10+x^2+2y^2, y=x, x=1, y\geq 0, z\geq 0.$

Вариант № 13

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y \ge 0, x + 2y - 12 = 0, y = \lg x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_3^5 dx \int\limits_{-\sqrt{8x-x^2}}^{0} f(x,y)dy$;   2) $\int\limits_0^{\pi/4} dy \int\limits_0^{\sin y} fdx + \int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int\limits_0^{\cos y} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy, D: x = y^2, x = 1.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 e^{xy/2} dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 0, y = 2, y = 2x \\ z = 0, z = -1 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 20 - x^2, y = -8x$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

$z = x^2, x + y = 6, y = 2x, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0.$

Вариант № 14

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x \le 0, y \ge 1, y \le 3, y = -x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-3}^{-1} dy \int\limits_{-\sqrt{-4y-y^2}}^{0} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_{-2}^{-1} dx \int\limits_{-(2+x)}^{0} fdy + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{\sqrt[3]{x}}^{0} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_{D} xydxdy, D: y = x^3, y = 0, x \le 2.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_{V} y^2 z \cos\frac{xyz}{3} dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 3, y = 1, z = 2\pi \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = \sqrt{18 - x^2}, y = 3\sqrt{2} - \sqrt{18 - x^2}$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = 3x^2 + 2y^2 + 1, y = x^2 - 1, y = 1, z \ge 0.$

Вариант № 15

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y = 0, y \ge x, y = -\sqrt{2 - x^2}$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-3}^{-1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{-4x-x^2}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{y}} fdx + \int\limits_{1}^{e} dy \int\limits_{\ln y}^{1} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (x+y)dxdy, D: y = x^3, y = 8, y = 0, x = 3.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 \cos\left(\dfrac{\pi xy}{2}\right)dxdydz$; $\quad V: \begin{cases} x = 0, y = -1, y = x \\ x = 0, z = 2\pi^2 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 32 - x^2, y = -4x$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$3y = \sqrt{x}, y \le x, x + y + z = 10, y = 1, z = 0.$

Вариант № 16

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y \ge 0, x = \sqrt{y}, y = \sqrt{8 - x^2}$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_1^7 dy \int\limits_0^{\sqrt{8y-y^2}} f(x,y)dx$; $\quad$ 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^0 fdx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_{-\sqrt{2-y}}^0 fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D x(2x+y)dxdy, D: y = 1 - x^2, y \ge 0.$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint\limits_V 2x^2 z\, sh(xyz)dxdydz\,; \qquad V: \begin{cases} x=1, y=-1, z=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 2/x, y = 5e^x, y = 2, y = 5$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y^2 = 1-x, x+y+z=1, x=0, z=0.$

Вариант № 17

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y=-x, y^2 = x+3.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-4}^{-2} dx \int\limits_{-\sqrt{-6x-x^2}}^{0} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-y}^{0} fdx + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D y(1-x)dxdy, D: y^3 = x, y = x.$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint\limits_V y^2 \cos(\pi xy)\, dxdydz\,; \qquad V: \begin{cases} x=0, y=1, y=2x \\ x=0, z=\pi^2 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x^2 + y^2 = 36, \quad 3\sqrt{2}y = x^2 \,(y \geq 0)$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:
$y = x^2, x = y^2, z = 3x + 2y + 6, z = 0.$

Вариант № 18

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y = \sqrt{4-x^2}, x \geq 0, x = 1, y = 0.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_1^3 dy \int\limits_{-\sqrt{4y-y^2}}^{0} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{y^3} fdx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{2-y} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D xy^3 dxdy, D: y^2 = 1 - x, x \geq 0.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V 2x^2 z\, sh(2xyz)dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 2, y = 1/2, z = 1/2 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:
$y = 3\sqrt{x}, y = 3/x, x = 4$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:
$x^2 = 1 - y, x + y + z = 3, y \geq 0, z \geq 0.$

Вариант № 19

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x=-1, x=-2, y\geq 0, y=x^2$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_2^6 dx \int\limits_0^{\sqrt{8x-x^2}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} dx \int\limits_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} fdy + \int\limits_{\sqrt{3}}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D x(y+5)dxdy, D: y=x+5, x+y+5=0, x\leq 0$.

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V x^2 sh(2xy)dxdydz$; $V: \begin{cases} x=-1, y=x, y=0 \\ z=0, z=8 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=6-\sqrt{36-x^2}, y=\sqrt{36-x^2}, x=0 \quad (x\geq 0)$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$x=y^2, x=1, x+y+z=4, z\geq 0$.

Вариант № 20

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y\leq 0, x^2=-y, x=\sqrt{1-y^2}$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{2}^{4} dy \int\limits_{-\sqrt{6y-y^2}}^{0} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{-(2+y)}^{0} fdx + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{\sqrt[3]{y}}^{0} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_{D} (x-y)dxdy, D: y = x^2 - 1, y = 3.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_{V} x^2 z \sin\frac{xyz}{2} dxdydz$; $\quad V: \begin{cases} x = 1, y = 4, z = \pi \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 25/4 - x^2, y = x - 5/2$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = 2x^2 + y^2, x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

Вариант № 21

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_{D} f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y \geq 0, y \leq 1, y = x, x = -\sqrt{4-y^2}$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{y} fdx + \int\limits_{1}^{e} dy \int\limits_{\ln y}^{1} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (x+1)y^2 dxdy, D: y=3x^2, y=3.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 ch(xy)dxdydz\ ;\quad V: \begin{cases} x=0, y=-1, y=x \\ z=0, z=2 \end{cases}$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=\sqrt{x}, y=1/x, x=16$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y=x^2, y=4, z=2x+5y+10, z\geq 0.$

Вариант № 22

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x\leq 0, y=1, y=4, y=-x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{3-x^2}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x^2} fdy + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x^2}} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D xy^2 dxdy, D: y=x, y=0, x=1.$

Задача 4

Вычислить.

$$\iiint\limits_V y^2 z\, ch(xyz)dxdydz\,; \qquad V:\begin{cases} x=1, y=1, z=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 2/x, y = 7e^x, y = 2, y = 7$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y = 2x, x + y + z = 2, x \geq 0, z \geq 0.$

Вариант № 23

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y = 3 - x^2, y = -x.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

$$1)\ \int\limits_0^R dx \int\limits_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y)dy\,; \quad 2)\ \int\limits_0^{\pi/4} dx \int\limits_0^{\sin x} f dy + \int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int\limits_0^{\cos x} f dy\,.$$

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$$\iint\limits_D (x^3 + y)dxdy, D: x + y = 1, x + y = 2, x \leq 1, x \geq 0.$$

Задача 4

Вычислить:

$$\iiint\limits_V x^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}xy\right)dxdydz\,; \qquad V:\begin{cases} x=2, y=x, y=0 \\ x=0, z=\pi \end{cases}.$$

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x = 27 - y^2, x = -6y$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y = 1 - z^2, y = x, y = -x, y \geq 0, z \geq 0.$

Вариант № 24

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x, y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x = 0, x = -2, y \geq 0, y = x^2 + 4.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-R}^{R} dx \int\limits_{-\sqrt{R^2 - x^2}}^{0} f(x, y)dy$; 2) $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int\limits_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} fdx + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{y}^{0} fdx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D xy^3 dxdy, D: y = x^3, y \geq 0, y = 4x.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 z \cos\frac{xyz}{9} dxdydz$; $V: \begin{cases} x = 9, y = 1, z = 2\pi \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$x = \sqrt{72 - y^2}, 6x = y^2, y = 0 \quad (y \geq 0).$

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$x^2 + y^2 = 4y, z^2 = 4 - y, z \geq 0.$

Вариант № 25

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x=0, y=0, y=1, (x-3)^2+y^2=1.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-2}^{2} dy \int\limits_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f(x,y)dx$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x^3} fdy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{0}^{2-x} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D (x^3+3y)dxdy, D: x+y=1, y=x^2-1, x\geq 0.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V x^2\sin(\pi xy)dxdydz$; $V: x=1, y=2x, y=0$, $z=1, z=4\pi$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=\sqrt{6-x^2}, y=\sqrt{6}-\sqrt{6-x^2}$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$x^2+y^2=1, z=2-x^2-y^2, z\geq 0.$

Вариант № 26

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x=\sqrt{9-y^2}, y=x, y\geq 0.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} dx \int\limits_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}} fdy + \int\limits_{\sqrt{3}}^{2} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D xydxdy, D: y=\sqrt{x}, y=0, x+y=2.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 z\, ch\left(\frac{xyz}{2}\right) dxdydz$; $V: x=2, y=-1, z=2$, $x=0, y=0, z=0$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y=\frac{3}{2}\sqrt{x}$, $y=\frac{3}{2x}$, $x=4$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y=x^2, z=0, y+z=2.$

Вариант № 27

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x+2y-6=0, y=x, y\geq 0.$

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy$, 2) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{x}}^{0} fdy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x}}^{0} fdy$

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2}dxdy, D: y = x, xy = 1, y = 2$.

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V y^2 ch(3xy)dxdydz$; $V: x = 0, y = 2, y = 6x$, $z = 0, z = -3$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = \sin x, y = \cos x, x = 0\ (x \leq 0)$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z^2 = 4 - x, x^2 + y^2 = 4x, z \geq 0$.

Вариант № 28

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: y = -x, 3x + y = 3, y = 3$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-3}^{3} dx \int\limits_{-\sqrt{9-x^2}}^{0} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x fdy + \int\limits_1^{\sqrt{2}} dx \int\limits_0^{\sqrt{2-x^2}} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D y(1 + x^2)dxdy, D: y = x^3, y = 3x$.

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V 2x^2 z\, ch(2xyz)dxdydz$; $V: x = \frac{1}{2}, y = 2, z = -1$, $x = 0, y = 0, z = 0$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = \dfrac{1}{x}, y = 6e^x, y = 1, y = 6$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = x^2 + 2y^2, y = x, x \ge 0, y = 1, z \ge 0$.

Вариант № 29

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x \ge 0, y = 1, y = -1, y = \log_{1/2} x$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{y}} f dx + \int\limits_{1}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f dx$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D y^2(1+2x)dxdy, D: x = 2 - y^2, x = 0$.

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V x^2 \sin(4\pi xy)dxdydz$; $V: x = 1, y = x/2, y = 0$, $z = 0, z = 8\pi$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 3\sqrt{x}, y = 3/x, x = 9$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$z = y^2, x + y = 1, x \ge 0, z \ge 0$.

Вариант № 30

Задача 1

Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного интеграла с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y, если область D задана указанными линиями:

$D: x \geq 0, y \geq 0, y = 1, x = \sqrt{4-y^2}$.

Задача 2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1) $\int\limits_{-R}^{0} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{R^2-y^2}} f(x,y)dy$; 2) $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{x}} fdy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x}} fdy$.

Задача 3

Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями:

$\iint\limits_D e^y dxdy, D: y = \ln x, y = 0, x = 2.$

Задача 4

Вычислить:

$\iiint\limits_V 8y^2 ze^{-xyz} dxdydz$; $V: x = 2, y = -1, z = 2$, $x = 0, y = 0, z = 0$.

Задача 5

Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$y = 11 - x^2, y = -10x$.

Задача 6

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями:

$y^2 = x, x = 3, z = x, z \geq 0.$

Контрольная работа № 6

Криволинейные интегралы. Элементы теории поля

Вариант № 1

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}}(x^2-2xy)dx+(y^2-2xy)dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y=x^2$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(1,1)$.

2. $\int\limits_{L}\sqrt{2-z^2}\left(2z-\sqrt{x^2+y^2}\right)dl$, где L – дуга кривой $x = t\cos t, y = t\sin t,$ $z = t,\ 0\le t\le 2\pi$.

3. $\oint\limits_{L}\sqrt{2y^2+z^2}\,dl$, где L – окружность $x^2+y^2+z^2=a^2, x=y$.

4. $\int\limits_{L_{OA}}(xy-y^2)dx+xdy$, где L_{OA} – дуга параболы $y=2x^2$ от точки O (0,0) до точки $A(1,2)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M)=x^2y+y^2z+z^2x, \quad M_1(1,-1,2), M_2(3,4,-1).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M)=3x\vec{i}+(y+z)\vec{j}+(x-z)\vec{k}, \qquad (p): x+3y+z=3.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\mathbf{a}(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$\mathbf{a}(M)=(\alpha-\beta)x\mathbf{i}+(\gamma-\alpha)\mathbf{j}+(\beta-\gamma)z\mathbf{k}$.

Вариант № 2

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} \frac{x^2dy - y^2dx}{\sqrt[3]{x^5}+\sqrt[3]{y^5}}$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ от точки $A(2,0)$ до точки $B(2,0)$.
2. $\oint\limits_L (x^2+y^2)dl$, где L – окружность $x^2+y^2=4$.
3. $\int\limits_L xyzdl$, где L – четверть окружности $x^2+y^2+z^2=R^2, x^2+y^2=R^2/4$, лежащая в первом октанте.
4. $\int\limits_{L_{OBA}} 2yzdy - y^2dz$, где L_{OBA} – ломаная OBA; $O(0,0,0)$; $B(0,2,0)$; $A(0,2,1)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) $\mathbf{grad}\ u(M_1)$.

$u(M) = 5xy^3z^2$, $\quad M_1(2,1,-1), M_2(4,-3,0)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (3x-1)\bar{i} + (y-x+z)\bar{j} + 4z\bar{k}, \qquad (p): 2x - y - 2z = 2$.

Задача 4.

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.
$\mathbf{a}(M) = x^2y\mathbf{i} - 2xy^2\mathbf{j} + 2xyz\mathbf{k}$.

Вариант № 3

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OA}} (x^2+y^2)dx + 2xydy$, где L_{OA} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(1,1)$.
2. $\int\limits_{L_{OB}} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$, где L_{OB} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0)$ и $B(2,2)$.

3. $\int\limits_L arctg\dfrac{y}{x}dl$, где L – часть дуги спирали Архимеда $\rho = 2\varphi$, заключенная внутри круга радиусом R с центром в полюсе.

4. $\int\limits_L \dfrac{x}{y}dx + \dfrac{1}{y-a}dy$, где L – дуга циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $\pi/6 \le t \le \pi/3$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1; M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, $\quad M_1(-1,2,1), M_2(3,1,-1)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = x\bar{i} + (x+z)\bar{j} + (y+z)\bar{k}$, $\qquad (p): 3x + 3y + z = 3$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\mathbf{a}(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$\mathbf{a}(M) = (yz-2x)\mathbf{i} + (xz+2y)\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$.

Вариант № 4

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\oint\limits_L (x+2y)dx + (x-y)dy$, где L – окружность $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$ при положительном направлении обхода.

2. $\int\limits_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y})dl$, где L_{AB} – отрезок прямой, AB; $A(-1,0)$ и $B(0,1)$.

3. $\int\limits_L (x^2 + y^2 + z^2)dl$, где L – дуга кривой $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$ $0 \le t \le 2\pi$.

4. $\int\limits_L yzdx + z\sqrt{R^2 - y^2}dy + xydz$, где L – дуга кривой $x = R\cos t$, $y = R\sin t$, $z = at/(2\pi)$, «пробегаемая» от точки пересечения ее с плоскостью $z=0$ до точки пересечения ее с плоскостью $z = a$.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = ze^{x^2+y^2+z^2}$, $M_1(0,0,0), M_2(3,-4,2)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (x+z)\bar{\imath} + (z-x)\bar{\jmath} + (x+2y+z)\bar{k}$, $(p): x+y+z=2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле ***a(M) = (x, y, z)*** соленоидальным.

$\boldsymbol{a}(M) = (x^2-z^2)\boldsymbol{i} - 3xy\boldsymbol{j} + (y^2+z^2)\boldsymbol{k}$.

Вариант № 5

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\oint\limits_L (x^2y-x)dx + (y^2x-2y)dy$, где L – дуга эллипса $x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$ при положительном направлении обхода.
2. $\int\limits_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{5(x-y)}}$ где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(0,4)$ и $B(4,0)$.
3. $\int\limits_L (2z - \sqrt{x^2+y^2})dl$, где L – первый виток конической винтовой линии $x = t\cos t$, $y = t\sin t$, $z = 1$.
4. $\int\limits_{L_{OA}} 2xzdy - y^2dz$, где L_{OA} – дуга параболы $z = x^2/4$ от точки $O(0,0,0)$ до точки $A(2,0,1)$.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \ln(xy+yz+xz)$, $M_1(-2,3,-1), M_2(2,1,-3)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (y+2z)\bar{\imath} + (x+2z)\bar{\jmath} + (x-2y)\bar{k}$, $(p): 2x+y+2z=2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$a(M) = 2xyz\mathbf{i} - y(yz+1)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

Вариант № 6

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} (xy-1)dx + x^2 y dy$, L_{AB} – дуга эллипса $x = \cos t$, $y = 2\sin t$ от точки $A(1,0)$ до точки $B(0,2)$;
2. $\int\limits_L \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} dl$, где L – дуга кардиоиды $\rho = 2(1+\cos\varphi), 0 \le \varphi \le \pi/2$;
3. $\int\limits_L (x+z) dl$, где L – дуга кривой $x = t$, $y = (3/2\sqrt{2})t^2$, $z = t^3$, $0 \le t \le 1$;
4. $\int\limits_{L_{AB}} (x - 1/y) dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(1,1)$ до точки $B(2,4)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \sqrt{1+x^2+y^2+z^2}$, $\quad M_1(1,1,1), M_2(3,2,1)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (x+z)\bar{i} + 2y\bar{j} + (x+y-z)\bar{k}$, $\qquad (p): x + 2y + z = 2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$a(M) = (2x-3y)\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$.

Вариант № 7

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OBA}} 2xydx - x^2 dy$, где L_{OBA} – ломаная OBA; $O(0,0)$; $B(2,0)$; $A(2,1)$;

2. $\int\limits_{L_{AB}} ydl$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = \cos^3 t,\ \ y = \sin^3 t$, заключенная между точками $A(1,0)$ и $B(0,1)$.

3. $\int\limits_{L} x\sqrt{x^2 - y^2}\, dl$, где L – кривая $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2),\ \ x \geq 0$.

4. $\int\limits_{L_{AB}} \cos z dx - \sin x dz$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(2,0,-2)$ и $B(-2,0,2)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x^2 y + xz^2 - 2, \quad M_1(1,1,-1,), M_2(2,-1,3).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = (3x - y)\vec{\mathrm{i}} + (2y + z)\vec{\mathrm{j}} + (2z - x)\vec{\mathrm{k}}, \qquad (p): 2x - 3y + z = 6$.

Задача 4.

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$\boldsymbol{a}(M) = (x^2 - y^2)\boldsymbol{i} + (y^2 - z^2)\boldsymbol{j} + (z^2 - x^2)\boldsymbol{k}$.

Вариант № 8

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} (x^2 - y^2)dx + xydy$, где L_{AB} – отрезок прямой AB; $A(1,1)$; $B(3,4)$.

2. $\int\limits_{L_{OB}} ydl$, где L_{OB} – дуга параболы $y^2 = \frac{2}{3}x$ между точками $O(0,0)$ и $B(\sqrt{35}/6, \sqrt{35}/3)$.

3. $\int\limits_{L} (x + y)dl$, где L – первый виток лемнискаты $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

4. $\int\limits_{L} ydx - xdy$, где L – четверть дуги окружности $x = R\cos t$, $y = R\sin t$, лежащая в первом квадранте и «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = xe^y + ye^x - z^2, \quad M_1(3,0,2), M_2(4,1,3).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (2y+z)\bar{i} + (x-y)\bar{j} - 2z\bar{k}, \qquad (p): x - y + z = 2.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле *a(M) = (x, y, z)* соленоидальным.

$\boldsymbol{a}(M) = yz\boldsymbol{i} - (x-y)\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}.$

Вариант № 9

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} \cos y dx - \sin x dy$, где L_{AB} – отрезок прямой AB; $A(2\pi, -2\pi)$; $B(-2\pi, 2\pi)$.
2. $\int\limits_{L} (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – дуга кривой $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = \sqrt{3}\, t$, $0 \le t \le 2\pi$.
3. $\int\limits_{L} xy dl$ где L – первая четверть эллипса $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.
4. $\int\limits_{L_{OA}} (xy - x)dx + \frac{x^2}{y}dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(1,2)$.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точка M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = 3xy^2 + z^2 - xyz, \quad M_1(1,1,2), M_2(3,-1,4).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (x+y)\bar{i} + 3y\bar{j} + (y-z)\bar{k}, \qquad (p): 2x - y - 2z = -2.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$a(M) = (y+z)i + (x+z)j + (x+y)k$.

Вариант № 10

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} \dfrac{ydx + xdy}{x^2 + y^2}$, где L_{AB} – отрезок прямой AB; $A(1,2)$; $B(3,6)$.

2. $\int\limits_{L} arctg\dfrac{y}{x}\,dl$, где L – дуга кардиоиды $\rho = (1 + \cos\varphi), 0 \le \varphi \le \pi/2$.

3. $\int\limits_{L} (x + y)dl$, где L – четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $y = x$, лежащая в первом октанте.

4. $\oint\limits_{L} ydx - xdy$, где L – дуга эллипса $x = a\cos t, y = b\sin t$, «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = 5x^2yz - xy^2z + yz^2$, $M_1(1,1,1), M_2(9,-3,9)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$a(M) = (x + y - z)\bar{i} - 2y\bar{j} + (x + 2z)\bar{k}$, $(p): x + 2y + z = 2$.

Задача 4.

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$a(M) = 3x^2yi - 2xy^2j - 2xyzk$.

Вариант № 11

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} xydx + (y - x)dy$, где L_{AB} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $A(0,0)$ до точки $B(1,1)$.

2. $\int\limits_L \sqrt{2y}dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 2(t - \sin t), y = 2(1 - \cos t)$.

3. $\int\limits_{L_{AB}} \frac{dl}{x - z}$, где L_{AB} – отрезок прямой $z = x/2-2, y = 0$, соединяющий точки $A(0,0,-2)$ и $B(4,0,0)$.

4. $\oint\limits_L xdy$, где L – контур треугольника, образованного прямыми $y = x$ $x = 2$, $y = 0$ при положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x/(x^2 + y^2 + z^2)$, $\quad M_1(1,2,2), M_2(-3,2,-1)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (y - z)\bar{i} + (2x + y)\bar{j} + z\bar{k}$, $\qquad (p): 2x + y + z = 2$.

Задача 4.

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ соленоидальным.

$a(M) = (x+y)\mathbf{i} - 2(y+z)\mathbf{j} + (z-x)\mathbf{k}$.

Вариант № 12

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{ABC}} (x^2 + y^2)dx + (x + y^2)dy$, L_{ABC} – ломаная ABC; $A(1,2)$; $B(3,2)$; $C(3,5)$.

2. $\int\limits_{L_{OA}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0)$ и $A(1,2)$.

3. $\int\limits_L \sqrt{2y}dl$, где L – первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

4. $\oint\limits_L xdy$, где L – дуга синусоиды $y = \sin x$, от точки $(\pi,0)$ до точки $(0,0)$.

Задача 2

Дана функция *u(M)* = *u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точка M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = y^2 z - 2xyz + z^2, \quad M_1(3,1,-1), M_2(-2,1,4).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (*p*) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = x\bar{i} + (y - 2z)\bar{j} + (2x - y + 2z)\bar{k}, \qquad (p): x + 2y + 2z = 2.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле **a**(*M*) = (x, y, z) потенциальным.

a(*M*)= (*yz*-2*x*)**i**+(*xz*+2*y*)**j**+*xy***k**.

Вариант № 13

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} xy^2dx + yz^2dy - x^2zdz$, где L_{OB} – отрезок прямой *OB*; *O*(0,0,0); *B*(-2,4,5).

2. $\int\limits_{L} \frac{(y^2 - x^2)xy}{(x^2 + y^2)^2} dl$, где L – дуга кривой $\rho = 9\sin 2\varphi,\ 0 \le \varphi \le \pi/4$.

3. $\oint\limits_{L} (x - y)dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = ax$.

4. $\int\limits_{L} y^2dx - x^2dy$, где L – верхняя половина эллипса $x = a\cos t$, $y = b\sin t$, «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

Задача 2

Дана функция *u(M)* = *u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz, \quad M_1(1,-1,2), M_2(5,-1,4).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (*p*) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (x + 2z)\bar{i} + (y - 3z)\bar{j} + z\bar{k}, \qquad (p): 3x + 2y + 2z = 6.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M) = yz\boldsymbol{i} + xz\boldsymbol{j} + xy\boldsymbol{k}$.

Вариант № 14

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OA}} ydx + xdy$, где L_{OA} – дуга окружности $x = R\cos t$, $y = R\sin t$; $O(R,0)$; $A(0,R)$.

2. $\int\limits_{L_{OABC}} xydl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами $O(0,0)$; $A(4,0)$; $B(4,2)$; $C(0,2)$.

3. $\int\limits_{L} \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = ac\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$.

4. $\int\limits_{L_{OB}} (xy - y^2)dx + xdy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точка M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \ln(1 + x + y^2 + z^2)$, $\quad M_1(1,1,1), M_2(3,-5,1)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = 4x\bar{i} + (x - y - z)\bar{j} + (3y + 2z)\bar{k}$, $\qquad (p): 2x + y + z = 4$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M) = 6xy\boldsymbol{i} - (3x^2 - 2y)\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$.

Вариант № 15

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OA}} xydx + (y-x)dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y^2 = x$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(1,1)$.

2. $\int\limits_{L_{ABO}} (x+y)dl$, L_{ABO} – контур треугольника с вершинами $A(1,0)$; $B(0,1)$; $O(0,0)$.

3. $\int\limits_{L} \frac{z^2 dl}{x^2+y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = at$.

4. $\int\limits_{L} xdx + xydy$, где L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = 2x$ при положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5,\quad M_1(1,2,1), M_2(-3,-2,6).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (2z-x)\bar{i} + (x+2y)\bar{j} + 3z)\bar{k},\qquad (p): x + 4y + 2z = 8$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$a(M) = (2x-yz)\boldsymbol{i} + (2x-xy)\boldsymbol{j} + yz\boldsymbol{k}$.

Вариант № 16

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} xdx + ydy + (x-y+1)dz$, где L_{AB} – отрезок прямой AB; $A(1,1,1)$; $B(2,3,4)$.

2. $\int\limits_L \frac{z^2 dl}{x^2+y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$, $z = 2t$.

3. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L – развертка окружности $x = a(\cos t + t\sin t)$, $y = a(\sin t - t\cos t)$, $0 \le t \le \pi$.

4. $\int\limits_L (x-y)dx + dy$, где L – дуга верхней половины окружности $x^2+y^2=R^2$, «пробегаемая» в положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \ln(x^3+y^3+z+1)$, $\quad M_1(1,3,0), M_2(-4,1,3)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = 4z\vec{i} + (x-y-z)\vec{j} + (3y+z)\vec{k}$, $\qquad (p): x-2y+2z=2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$a(M) = (y-z)\boldsymbol{i} + 3xyz\boldsymbol{j} + (z-x)\boldsymbol{k}$.

Вариант № 17

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} (xy-1)dx + x^2 y dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y^2 = 4 - 4x$ от точки $A(1,0)$ до точки $B(0,2)$.

2. $\int\limits_{L_{OAB}} (x+y)dl$, L_{OAB} – контур треугольника с вершинами $O(0,0)$; $A(-1,0)$. $B(0,1)$.

3. $\int\limits_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(0,-2)$ и $B(4,0)$.

4. $\oint\limits_L (x^2-y)dx$, где L – контур прямоугольника, образованного прямыми $x=0,\ y=0,\ x=1,\ y=2$ при положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M)=u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M)=x-2y+e^z,\quad M_1(-4,-5,0), M_2(2,3,4)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M)=(x+y)\bar{i}+(y+z)\bar{j}+2(x+z)\bar{k},\qquad (p):3x-2y+2z=6$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M)=(x,y,z)$ потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M)=(y-z)\boldsymbol{i}+(x+z)\boldsymbol{j}+(x^2-y^2)\boldsymbol{k}$.

Вариант № 18

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} xydx+(y-x)dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y=x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,1)$.

2. $\int\limits_L (x+y)dl$, где L – дуга лемнискаты Бернулли $\rho^2=\cos 2\varphi$, $-\pi/4\le\varphi\le\pi/4$.

3. $\int\limits_L \frac{dl}{x^2+y^2+z^2}$, где L– первый виток винтовой линии $x=5\cos t,\ y=5\sin t,\ z=t$.

4. $\int\limits_{L_{OB}} 4x\sin^2 ydx+y\cos^2 2xdy$, где L_{OB} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0)$ и $B(3,6)$.

Задача 2

Дана функция $u(M)=u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M)=x^y-3xyz,\quad M_1(2,2,-4), M_2(1,0,-3)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (x+y+z)\vec{i} + 2z\vec{j} + (y-7z)\vec{k}, \qquad (p): 2x+3y+z=6.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$a(M) = (x+y)i - 2xzj - 3(y+z)k.$

Вариант № 19

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} (xy-y)^2\,dx + x\,dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,1)$.

2. $\oint\limits_{L} \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L – окружность $x^2+y^2=2y$.

3. $\int\limits_{L_{OABC}} yz\,dl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами $O(0,0,0)$; $A(0,4,0)$; $B(0,4,2)$; $C(0,0,2)$., где L_{OA} – дуга параболы $y = 2x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(1,2)$.

4. $\oint\limits_{L} y\,dx - x\,dy$, где L – дуга эллипса $x = 6\cos t$, $y = 4\sin t$, при положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = 3x^2yz^3, \quad M_1(-2,-3,1), M_2(5,-2,0).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (2x-z)\vec{i} + (y-x)\vec{j} + (x+2z)\vec{k}, \qquad (p): x-y+z=2.$

Задача 4.

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M) = z^2\boldsymbol{i} + (xz+y)\boldsymbol{j} + x^2y\boldsymbol{k}$.

Вариант № 20

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} xdy - ydx,$ где L_{AB} – дуга астроиды $x = 2\cos^3 t,\ \ y = 2\sin^3 t$ от точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

2. $\int\limits_{L_{OABC}} xydl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами $O(0,0)$; $A(5,0)$; $B(5,3)$; $C(0,3)$.

3. $\int\limits_{L} x^2 dl$, где L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = a^2$.

4. $\int\limits_{L_{OA}} 2xydx - x^2dy$, где L_{OA} – дуга параболы $x = 2y^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(2,1)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = e^{xy+z^2}, \quad M_1(-5,0,2), M_2(2,4,-3)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (2y - z)\bar{i} + (x + y)\bar{j} + x\bar{k}, \quad (p): x + 2y + 2z = 4$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M) = xy(3x-4y)\boldsymbol{i} + x^2(x-4y)\boldsymbol{j} + 3z^2\boldsymbol{k}$.

Вариант № 21

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} (xy - x)dx + \frac{1}{2}x^2 dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y^2 = 4x$ от точки $A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

2. $\oint\limits_{L} (x^2 + y^2)dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4x$.

3. $\int\limits_{L} (x^2 + y^2 + z^2)dl$, где L – первый виток винтовой линии $x = 4\cos t$, $y = 4\sin t$, $z = 3t$.

4. $\int\limits_{L_{AB}} xye^x dx + (x-1)e^x dy$, где L_{AB} – любая линия, соединяющая точки $A(0,2)$ и $B(1,2)$.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x^{yz}$, $M_1(3,1,4), M_2(1,-1,-1)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (2z - x)\bar{i} + (x - y)\bar{j} + (3x + z)\bar{k}$, $\quad (p): x + y + 2z = 2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле *a(M) = (x, y, z)* потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M) = 6x^2\boldsymbol{i} + 3\cos(3x+2z)\boldsymbol{j} + \cos(3y+2z)\boldsymbol{k}$.

Вариант № 22

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} (xy - 1)dx + x^2 y dy$, где L_{AB} – отрезок прямой AB; $A(1,0)$; $B(0,2)$.

2. $\int\limits_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y})dl$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ между точками $A(1,0)$ и $B(0,1)$.

3. $\int\limits_L ydl$, где L – дуга параболы $y^2 = 6x$, отсеченная параболой $x^2 = 6y$.

4. $\oint\limits_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, где L – контур треугольника, с вершинами $A(0,0)$; $B(1,0)$; $C(0,1)$ при положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = (x^2 + y^2 + z^2)^3, \quad M_1(1,2,-1), M_2(0,-1,3).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M) = (x + z)\bar{i} + (x + 3y)\bar{j} + y\bar{k}, \qquad (p): x + y + 2z = 2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $\boldsymbol{a}(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$\boldsymbol{a}(M) = (x+y)\boldsymbol{i} + (z-y)\boldsymbol{j} + 2(x+z)\boldsymbol{k}$.

Вариант № 23

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} 2xydx + y^2dy + z^2dz$, где L_{AB} – дуга одного витка винтовой линии $x = \cos t$, $y = \sin t$; $z = 2t$; $A(1,0,0)$; $B(1,0,4\pi)$.

2. $\int\limits_L xydl$, где L – контур квадрата со сторонами $x = \pm 1; y = \pm 1$.

3. $\int\limits_{L_{AB}} xdl$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(2,4)$ до точки $B(1,1)$.

4. $\int\limits_{L_{ABO}} (xy - x)dx + \frac{x^2}{2}dy$, где L_{ABO} – ломаная ABO; ($O(0,0)$; $A(1,2)$; $B(1/2,3)$) при положительном направлении обхода контура.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = (x - y)^2, \quad M_1(1,5,0), M_2(3,7,-2).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = (x+z)\vec{i} + z\vec{j} + (2x-y)\vec{k}, \qquad (p): 2x + 2y + z = 4.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле ***a**(M) = (x, y, z)* потенциальным.

$\mathbf{a}(M) = 3(x-z)\mathbf{i} + (x^2-y^2)\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}.$

Вариант № 24

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{AB}} \frac{y}{x}dx + xdy$, где L_{AB} – дуга лини $y = \ln x$ от точки $A(1,0)$ до точки $B(e,1)$.

2. $\int\limits_{L} y^2 dl$, где L – первая арка циклоиды $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$.

3. $\int\limits_{L} (x+y)dl$, где L – первый виток лемнискаты $\rho^2 = 7\cos 2\varphi$.

4. $\int\limits_{L_{OA}} (xy - y^2)dx + xdy$, где L_{OA} – отрезок прямой, от точки $O(0,0)$ до точки $A(1,2)$.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x^2y + y^2z - 3z, \quad M_1(0,-2,-1), M_2(12,-5,0).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = (3x+y)\vec{i} + (x+z)\vec{j} + y\vec{k}, \qquad (p): x + 2y + z = 2.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле ***a**(M) = (x, y, z)* потенциальным.

$\mathbf{a}(M) = (2x-yz)\mathbf{i} + (xz-2y)\mathbf{j} + 2xyz\mathbf{k}.$

Вариант № 25

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\oint\limits_L ydx - xdy$, где L – дуга эллипса $x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$, «пробегаемая» в положительном направлении обхода.

2. $\int\limits_{L_{ABCD}} xydl$, где L_{ABCD} – контур прямоугольника с вершинами $A(2,0)$; $B(4,0)$; $C(4,3)$ $D(2,3)$.

3. $\oint\limits_L (z^2 + y^2)dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4$.

4. $\int\limits_{L_{OA}} xdy - ydx$, где L_{OA} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(2,8)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = 10/(x^2 + y^2 + z^2 + 1)$, $\quad M_1(-1,2,-2), M_2(2,0,1)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$a(M) = (y + z)\vec{i} + (2x - z)\vec{j} + (y + 3z)\vec{k}$, $\quad (p): 2x + y + 3z = 6$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ потенциальным.

$a(M) = 3x^2 i + 4(x-y)j + (x-z)k$.

Вариант № 26

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OA}} 2xydx - x^2dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = x^2/4$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(2,1)$.

2. $\int\limits_L ydl$, где L – дуга параболы $y^2 = 2x$, отсеченная параболой $x^2 = 2y$.

3. $\int\limits_{L} y^2 dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$.

4. $\int\limits_{L_{AB}} 4y\sin 2x dx - \cos 2x dy$, где L_{AB} – любая линия, соединяющая точки $A(\pi/4,2)$ до точки B $(\pi/6,1)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора M_1M_2; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \ln(1 + x^2 - y^2 + z^2)$, $\quad M_1(1,1,1), M_2(5,-4,8)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = (y+z)\vec{i} + (x+6y)\vec{j} + y\vec{k}$, $\quad (p): x + 2y + 2z = 2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ гармоническим.

$a(M) = (x^2z)i + y^2j - xz^2k$.

Вариант № 27

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OB}} (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, где L_{AB} – ломаная линия $y = |x|$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(2,2)$.

2. $\int\limits_{L_{AB}} \frac{dl}{x-y}$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(4,0)$ и $B(6,1)$.

3. $\int\limits_{L} \sqrt{x^2 + y^2}\, dl$, где L – развертка окружности

   $x = 6(\cos t + t\sin t)$, $y = 6(\sin t - t\cos t)$, $0 \le t \le 2\pi$.

4. $\int\limits_{L_{OB}} (xy - x)dx - \frac{x^2}{2}dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = 4x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $B(1,4)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}$, $\quad M_1(-1,1,1), M_2(2,3,4)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = (2y - z)\vec{i} + (x + 2y)\vec{j} + y\vec{k}, \qquad (p): x + 3y + 2z = 6$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле $a(M) = (x, y, z)$ гармоническим.

Вариант № 28

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{OA}} 2xydx - x^2dy + zdz$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0,0)$ и $A(2,1,-1)$.

2. $\int\limits_{L} (x^2 + y^2)^2 dl$, где L – первая часть окружности $\rho = 2$.

3. $\int\limits_{L} \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = 9\cos t$, $y = 9\sin t$, $z = 9t$.

4. $\int\limits_{L_{AB}} (x + y)dx + (x - y)dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(1,1)$.

Задача 2

Дана функция $u(M) = u(x,y,z)$ и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\mathbf{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M) = x^3 + xy^2 - 6xyz$, $\quad M_1(1,3,-5), M_2(4,2,-2)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M) = (y + z)\vec{i} + x\vec{j} + (y - 2z)\vec{k}, \quad (p): 2x + 2y + z = 2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле **a(M)** = *(x, y, z)* гармоническим.

$a(M)=\frac{x}{y}\mathrm{i}+\frac{y}{z}\mathrm{j}+\frac{z}{x}\mathrm{k}$.

Вариант № 29

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\oint\limits_L xdy-ydx$, где L – контур треугольника с вершинами $A(-1,0)$, $B(1,0)$, $C(0,1)$ при положительном направлении обхода.
2. $\int\limits_{L_{OA}}\frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(1,1,1)$ и $B(2,2,2)$.
3. $\oint\limits_L (x^2+y^2)^2\,dl$, где L – окружность $x = 3\cos t$, $y = 3\sin t$.
4. $\int\limits_{L_{AB}} xdy$, где L_{AB} – дуга правой полуокружности $x^2+y^2=a^2$ от точки $A(0,-a)$ до точки $B(0,a)$.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точка M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M)=\frac{x}{y}-\frac{y}{z}-\frac{x}{z},\quad M_1(2,2,2), M_2(-3,4,1).$

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $\bar{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\bar{a}(M)=(x+z)\vec{\mathrm{i}}+z\vec{\mathrm{j}}+(2x-y)\vec{\mathrm{k}},\quad (p):3x+2y+z=6.$

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле **a(M)** = *(x, y, z)* гармоническим.

*a(M)= yz**i**+xz**j**+xy**k***.

Вариант № 30

Задача 1

Вычислить данные криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_{L_{ACB}} (x^2+y)dx+(x+y^2)dy$, где L_{ACB} – ломаная ACB; $A(2,0)$; $C(5,0)$; $B(5,3)$.

2. $\oint\limits_{L} (x-y)dl$, где L – окружность $x^2+y^2=2x$.

3. $\int\limits_{L} ydl$, где L – дуга параболы $y^2=12x$, отсеченная параболой $x^2=12y$.

4. $\int\limits_{L} y^2dx+x^2dy$, где L – дуга верхней половины эллипса $x=5\cos t$, $y=2\sin t$, «пробегаемая» по ходу часовой стрелки.

Задача 2

Дана функция *u(M) = u(x,y,z)* и точки M_1, M_2. Вычислить: 1) производную этой функции в точке M_1 по направлению вектора $\boldsymbol{M_1M_2}$; 2) **grad** $u(M_1)$.

$u(M)=e^{x-yz}$, $\quad M_1(1,0,3), M_2(2,-4,5)$.

Задача 3

Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

$\vec{a}(M)=z\vec{i}+(x+y)\vec{j}+y\vec{k}$, $\quad (p): 2x+y+2z=2$.

Задача 4

Выяснить, является ли векторное поле ***a****(M) = (x, y, z)* гармоническим.

$\boldsymbol{a}(M)=(y-z)\boldsymbol{i}+(z-x)\boldsymbol{j}+(x-y)\boldsymbol{k}$.