И.П. Егорова
Н.В. Кшнякина
О.В. Фадеева

Теория вероятностей

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

И.П. Егорова, Н.В. Кшнякина, О.В. Фадеева

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Сборник задач

Печатается по решению
редакционно-издательского совета СГАСУ от 20.04.2012 г.

Самара
2012

УДК 519.21 (076.2)
Т 33

ISBN 978-5-9585-0502-9

Т 33 **Теория вероятностей**: сборник задач / *Сост. И.П. Егорова, Н.В. Кшнякина, О.В.Фадеева*. – Самара: СГАСУ, 2012. – 114 с.

Сборник задач является разработкой для практических занятий по теме «Теория вероятностей», предназначен для студентов 2 курса направлений «Строительство», «Техносферная безопасность», «Экономика и менеджмент».

УДК 519.21 (076.2)

ISBN 978-5-9585-0502-9

Содержание

Введение

Данное учебное пособие представляет собой систематизированную подборку задач и упражнений по теории вероятностей и предназначено для проведения практических занятий по темам этого раздела и самостоятельной работы студентов. В начале каждого параграфа приведены основные теоретические сведения и формулы, необходимые для решения задач. Далее следует система упражнений по заявленной теме: задачи для аудиторного занятия и задачи для самостоятельной работы. Последние рекомендованы для домашнего задания и осуществления преподавателем текущего контроля. Во всех параграфах упражнения рассредоточены по отдельным подтемам, внутри которых выдерживается линия нарастания трудности. Среди них есть как задачи, предназначенные для приобретения навыков применения готовых формул и теорем, так и более сложные задачи, решение которых требует некоторой изобретательности.

Во второй части задачника приведены варианты индивидуальных заданий по теории вероятностей по двум разделам – «Случайные события» и «Случайные величины». Они предназначены для активизации самостоятельной работы студентов и более глубокого изучения учебного материала. Индивидуальные задания рекомендованы либо для итогового контроля с последующей защитой, либо для подготовки к аудиторным контрольным работам по соответствующим темам (на усмотрение преподавателя).

Данный задачник включает более 500 задач, которые прошли тщательный отбор и были апробированы в ходе учебного процесса. Авторы надеются, что он будет полезен как преподавателям, так и студентам, изучающим этот раздел математики.

Глава 1. Случайные события

1.1. Классическое и геометрическое определения вероятности. Элементы комбинаторики

Событием назовем всякий возможный факт, который в результате опыта может произойти или не произойти.

Будем различать три вида событий:

1) **невозможное** – событие, которое в результате опыта произойти не может;
2) **достоверное** – событие, которое в результате опыта произойдет обязательно;
3) **случайное** – событие, которое в результате опыта может произойти, а может не произойти.

В классической модели **вероятность события** A равна:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m – число исходов опыта, благоприятствующих событию A,
n – общее число всех равновозможных исходов опыта.

Из определения следует, что если:
событие A – невозможное, то его вероятность $P(A) = 0$,
событие A – достоверное, то его вероятность $P(A) = 1$,
событие A – случайное, то его вероятность $0 < P(A) < 1$.

При вычислении вероятности часто используют известные из комбинаторики понятия: перестановки, размещения, сочетания.

Перестановки из n элементов – комбинации из n элементов, отличающиеся только порядком их расположения.

Число перестановок из n элементов можно вычислить по формуле:

$$P_n = n!.$$

Заметим, что $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$.

Размещения из n **элементов по** m – комбинации по m элементов, отличающиеся не только составом элементов, но и их порядком.

Число размещений из n элементов по m можно вычислить по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}\ .$$

Заметим, что $A_n^0 = 1,\quad A_n^1 = n,\quad A_n^n = 1.$

Сочетания из n **элементов по** m – комбинации по m элементов, отличающиеся только составом элементов.

Число сочетаний из n элементов по m можно вычислить по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}\,.$$

Заметим, что $C_n^0 = C_n^n = 1,\quad C_n^1 = C_n^{n-1} = n,\quad C_n^m = C_n^{n-m}.$

Классическое определение вероятности предполагает, что число исходов опыта конечно. Для случая бесконечного числа исходов испытания введем понятие геометрической вероятности – вероятности попадания точки в заданную область.

В геометрической модели **вероятность события** A равна:

$$P(A) = \frac{m(d)}{m(D)},$$

где $m(d)$ – мера множества, в которое должна попасть точка,
$m(D)$ – мера множества, в которое может попасть точка.

Задачи для аудиторного занятия

1. Найдите вероятности следующих событий при бросании игральной кости:

A – выпало 2 очка;

B – выпало 5 очков;

C – выпало четное число очков;

D – число выпавших очков кратно трем;

E – число выпавших очков не превышает 6;

F – выпало 8 очков.

2. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что на выпавших гранях: а) сумма очков кратна 3; б) произведение очков равно 4?

3. Шестеро студентов дежурят 6 дней. Сколькими способами можно составить график дежурств, если каждый должен дежурить один день?

4. Хор состоит из 10 человек. Сколько дуэтов (квартетов) можно составить из участников этого хора?

5. Сколько дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11?

6. Из колоды в 36 карт наудачу выбирают 4 карты. Сколькими способами это можно сделать? В скольких случаях среди выбранных карт: а) 2 туза; б) 1 дама и 1 король?

7. В партии, состоящей из 16 деталей, – 4 бракованных. Для контроля выбирают 5 деталей. Найдите вероятность того, что среди них: а) 2 бракованные; б) все бракованные.

8. В урне лежат 4 белых и 5 черных шаров. Наугад вынули 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары: а) оба черные; б) разноцветные?

9. Из 3 зеленых, 5 красных и 7 синих шаров наудачу выбирают 8 шаров. Какова вероятность того, что вынули 3 зеленых, 2 красных и 3 синих шара?

10. Найдите вероятность с первой попытки ввести верный пин-код, состоящий из четырех цифр, если абонент забыл три последние цифры.

11. Слово «КНИГА» разрезали на буквы и перемешали. Ребенок, не умеющий читать, выкладывает эти карточки в ряд. Какова вероятность того, что у него опять получится это же слово?

12. Слово «САМАРА» разрезали на буквы и, перемешав, выложили в ряд. Найдите вероятность того, что получится то же слово?

13. Слово «ЛЕСТНИЦА» разрезали на буквы, наугад выбрали 5 букв и выложили их в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово «СТЕНА»? «ТЕННИС»?

14. Наудачу выбраны два положительных числа, каждое из которых не больше 2. Найдите вероятность того, что их сумма не превышает 1,5.

15. На плоскость с нанесенной квадратной сеткой со стороной 4 бросают монету диаметром 2. Какова вероятность того, что монета пересечет линию?

16. Два теплохода в течение суток должны подойти к одному причалу. Найдите вероятность того, что ни одному из судов не придется ждать освобождения причала, если стоянка первого длится 2 часа, а второго – 3 часа.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определите вероятности следующих событий при вынимании одной карты из колоды в 52 карты:

A – появление карты червонной масти;

B – появление туза;

C – появление карты черной масти;

D – появление пиковой дамы.

2. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных костей: а) разность выпавших очков равна 3; б) сумма выпавших очков больше их произведения.

3. В ящике лежат 12 белых и 8 красных шаров. Наудачу выбирают 4 шара. Определите вероятность того, что среди вынутых шаров: а) три красных; б) два красных; в) нет красных.

4. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры, и, помня лишь, что они различны, набрал их наудачу. Найдите вероятность того, что он набрал верный номер.

5. Какова вероятность, что при выборе четырех букв из букв слова «РЕМОНТ» получится слово «МОРЕ»? «НОМЕР»?

6. В равносторонний треугольник вписан круг. Какова вероятность того, что наудачу вброшенная в треугольник точка не попадет в круг?

7. Коэффициенты приведенного квадратного уравнения – положительные числа, каждое из которых не превышает 4. Какова вероятность того, что корни этого уравнения будут мнимыми числами?

1.2. Алгебра событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей

События называют **независимыми**, если вероятность наступления одного из них не зависит от появления или непоявления другого. В противном случае события называют **зависимыми**.

События называют **несовместными**, если наступление одного из них исключает появление других событий в данном опыте. В противном случае события называют **совместными**.

Событие, состоящее в ненаступлении события A, называется **противоположным** событию A (обозначается $\overline{A}$).

Суммой событий называют событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий.

Произведением событий называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий.

Теорема (сложения вероятностей несовместных событий).

Вероятность наступления суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий, т. е.:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Теорема (сложения вероятностей противоположных событий).

Сумма вероятностей противоположных событий равна единице, т. е.:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

Теорема (сложения вероятностей совместных событий).

Вероятность наступления суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления, т. е.:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Теорема (умножения вероятностей независимых событий).

Вероятность наступления произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий, т. е.:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Теорема (умножения вероятностей зависимых событий).

Вероятность наступления произведения двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из этих событий на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие наступило, т. е.:

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B).$$

Задачи для аудиторного занятия

1. В цехе работают 3 станка. Рассматриваются события A_i – i-тый станок работает ($i = 1, 2, 3$). Запишите следующие события:

A – работает хотя бы 1 станок;

B – работают все 3 станка;

C – все 3 станка сломаны;

D – работает только 1 станок;

E – работают не менее 2 станков;

F – сломано не более 1 станка.

2. Два стрелка попадают в мишень с вероятностями 0,7 и 0,8 соответственно. Они делают по 1 выстрелу. Какова вероятность того, что: а) мишень поражена; б) попал только один стрелок; в) ни один из стрелков не попал?

3. На предприятии установлены 3 независимо работающие сигнализации. Вероятность срабатывания их при аварии – 0,9; 0,8 и 0,85 соответственно. Найдите вероятность того, что при аварии поступят сигналы: а) от всех 3 сигнализаций; б) только от 1 сигнализации; в) хотя бы от 1 сигнализации.

4. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса: 1 теоретический и 2 практических. Студент знает 90 % теоретических вопросов и умеет решать 80 % задач. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен: а) на «отлично» (ответит на все вопросы); б) на «хорошо» (ответит на 2 вопроса)?

5. Для 20 лучших студентов некоторого вуза предоставлены путевки в международные студенческие лагеря: 8 мест – в Болгарии, 7 мест – в Хорватии, остальные – в Испании. Какова вероятность того, что 3 определенных студента окажутся в одном лагере?

6. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашены. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найдите вероятность того, что среди них: а) не менее 2 деталей окрашены; б) хотя бы 1 окрашена.

7. В урне лежат 3 белых и 7 черных шаров. Наудачу выбирают один, а затем второй шар. Какова вероятность того, что: а) второй шар – белый; б) шары разноцветные? Как изменятся вероятности, если после первого вынимания шар возвращается в урну?

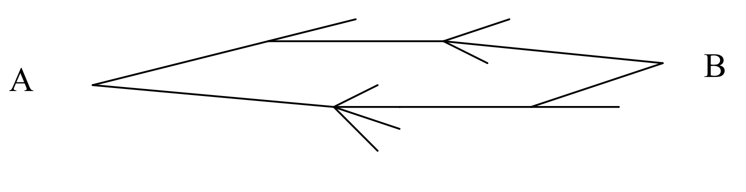
8. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли 4 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со второго. Найдите вероятность того, что: а) все пассажиры выйдут одновременно; б) все пассажиры выйдут на восьмом этаже; в) пассажиры выйдут на разных этажах; г) только двое пассажиров выйдут одновременно.

9. На концерт осталось 5 билетов по 100 р., 3 билета по 300 р. и 2 билета по 500 р. Определите вероятность того, что человек, купивший 2 билета, заплатил 600 р.

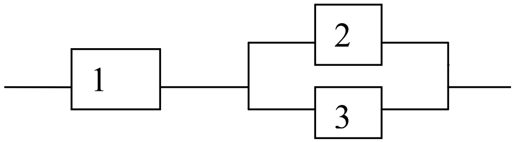
10. В лотерее 7 билетов, из которых 2 выигрышных. Три человека по очереди вытягивают по 1 билету. Зависит ли вероятность выигрыша от места в очереди?

11. За некоторый промежуток времени амеба может погибнуть с вероятностью 0,25, выжить с вероятностью 0,25 или разделиться на две с вероятностью 0,5. В следующий период с каждой амебой происходит то же самое. Какова вероятность, что к концу второго промежутка времени будет существовать: а) ни одна амеба; б) 2 амебы?

12. Найдите вероятность скорейшего попадания из пункта А в пункт В, если на развилках дорога выбирается случайным образом с равновероятным выбором пути.



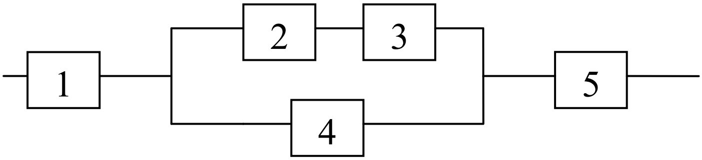
13. Найдите вероятность безотказной работы электрической цепи, изображенной на схеме, если вероятности отказа элементов 0,1; 0,15 и 0,2 соответственно.



Задачи для самостоятельного решения

1. В цехе работают 3 станка. Вероятность отказа в течение суток для первого станка – 0,05; для второго – 0,1; для третьего – 0,15. Найдите вероятность того, что в течение суток безотказно проработает: а) только один станок; б) хотя бы один станок; в) не менее двух станков.
2. В партии 10 деталей I сорта, 8 деталей II сорта и 4 детали III сорта. Наудачу выбрали 2 детали. Какова вероятность, что они одного сорта?
3. Группа туристов состоит из 8 мужчин и 6 женщин. Какова вероятность того, что среди 3 человек, отправляющихся на экскурсию, не менее 2 женщин?
4. В урне 10 красных и 5 синих шаров. Наудачу, один за другим, извлекают 3 шара. Какова вероятность того, что третьим будет вынут красный шар?
5. Из колоды в 52 карты выбирают наудачу 3 карты. Найдите вероятность извлечения комбинации «тройка, семерка, туз»?
6. Бросают 4 игральных кубика. Найдите вероятность того, что: а) на всех гранях выпало разное число очков; б) на всех гранях выпало одинаковое число очков; в) только на трех гранях выпало одинаковое число очков.

7. Найдите вероятность безотказной работы электрической цепи, изображенной на схеме, если вероятности отказа элементов 0,2; 0,1; 0,1; 0,3 и 0,3 соответственно.



1.3. Формула полной вероятности. Формула Бейеса

События H_1, H_2, ... , H_n называют **полной группой событий**, если в результате испытания обязательно появится одно из них. Очевидно, что сумма вероятностей событий, образующих полную группу, равна единице, т. е.:

$$P(H_1)+P(H_2)+...+P(H_n)=1.$$

Пусть событие A может наступить при условии появления одного из событий H_1, H_2, ... , H_n, которые образуют полную группу. Эти события назовем **гипотезами**.

Теорема (формула полной вероятности). Вероятность события A, которое может наступить только вместе с одним из попарно несовместных событий H_1, H_2, ... , H_n, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события A, т. е.:

$$P(A)=P(H_1)\cdot P_{H_1}(A)+P(H_2)\cdot P_{H_2}(A)+...+P(H_n)\cdot P_{H_n}(A)=$$

$$=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)\cdot P_{H_i}(A).$$

Если событие A уже произошло, то вероятности гипотез могут быть переоценены по **формулам Бейеса**:

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Задачи для аудиторного занятия

1. В сборочный цех поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 0,3 % брака, второй – 0,2 %, третий – 0,4 %. Определите вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с этих автоматов поступило 100, 200 и 250 деталей соответственно.
2. Два датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый посылает сигналов в два раза больше, чем второй. Известно, что первый датчик искажает 6 % сигналов, а второй – 3 %. Какова вероятность получить искаженный сигнал в общем канале связи?
3. В магазин поступили телевизоры из Кореи и Китая. Корейская продукция содержит 3 % телевизоров со скрытым дефектом, а китайская – 5 %. Какова вероятность приобрести в этом магазине исправный телевизор, если доля китайской продукции в нем – 60 %?
4. В супермаркете «Все для народа» проходит дегустация. Известно, что попробовать товар соглашаются 50 % женщин и 30 % мужчин. Какова вероятность того, что наудачу выбранный покупатель не будет дегустировать продукцию, если доля покупателей-мужчин в этом магазине – 40 %?
5. В ящик с тремя одинаковыми деталями положили стандартную деталь, а затем наудачу извлекли одну деталь.

Найдите вероятность того, что извлечена стандартная деталь, если равновероятны все возможные предположения о первоначальном составе деталей в ящике.

6. По самолету производится три выстрела с вероятностями 0,5, 0,7 и 0,8. При одном попадании самолет будет сбит с вероятностью 0,3, при двух попаданиях – с вероятностью 0,6, а при трех попаданиях будет сбит наверняка. Найдите вероятность того, что самолет будет сбит.

7. В первой урне лежат 2 белых и 5 черных шаров, во второй – 4 белых и 2 черных. Из первой урны во вторую переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали 1 шар. Какова вероятность того, что: а) взятый шар – +белый; б) были переложены 2 белых шара, если из второй урны достали белый шар?

8. Изделия проверяют два контролера, причем первый проверяет 55 % всех изделий. Первый контролер признает бракованными 10 % изделий, а второй – 2 % изделий. Изделие при проверке было признано стандартным. Какова вероятность того, что его проверил второй контролер?

9. На предприятии установлено 3 сигнализации I типа и 5 сигнализаций II типа. Сигнализация I типа срабатывает при аварии с вероятностью 0,95, а сигнализация II типа – с вероятностью 0,8. Сигнализация сработала при аварии. К какому типу сигнализаций, скорее всего, принадлежит она?

10. Число грузовых машин, проезжающих мимо АЗС, в 1,5 раза больше, чем число легковых. Вероятность того, что проезжающая машина будет заправляться для грузовика – 0,3, для легковой машины – 0,2. К АЗС подъехала машина для заправки. Какова вероятность того, что это – грузовик?

11. По статистике 5 % мужчин и 0,25 % женщин – дальтоники. Наудачу выбранное лицо оказалось дальтоником. Какова вероятность того, что этот человек – мужчина?

Задачи для самостоятельного решения

1. В пирамиде 5 винтовок, из них 3 – с оптическим прицелом. Вероятность попадания из обычной винтовки – 0,7, а из винтовки с оптическим прицелом – 0,95. Какова вероятность того, что мишень будет поражена, если стреляют из наудачу взятой винтовки?
2. В первой коробке лежат 12 ламп, из них 2 бракованных; а во второй коробке – 9 ламп, из них 1 бракованная. Из первой коробки наудачу взята лампа и переложена во вторую, после чего из второй коробки вынимают 1 лампу. Найдите вероятность того, что вынутая лампа бракованная.
3. Два стрелка в тире делают по одному выстрелу в мишень с вероятностями попадания 0,6 и 0,8. Вероятность падения мишени при одном попадании – 0,5, при двух попаданиях – 0,9. Какова вероятность падения мишени?
4. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер, причем производительность у первого автомата в 2 раза больше, чем у второго. Первый автомат производит 60 % деталей I сорта, а второй – 84 %. Наудачу взятая деталь оказалась I сорта. Какова вероятность того, что она выполнена вторым автоматом?
5. В сборной школы по легкой атлетике 20 спортсменов, из них 7 занимаются бегом, 10 спортивной ходьбой, остальные – прыжками в высоту. Вероятность выполнить квалификационную норму для них – 0,9, 0,8 и 0,75 соответственно. Выбранный наудачу спортсмен выполнил норму. Каким видом спорта, скорее всего, занимается он?

1.4. Повторение независимых испытаний

Если производится несколько испытаний, причем вероятность события A в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называют **независимыми относительно события A.**

Пусть производят n независимых испытаний, в каждом из которых событие A может наступить с вероятностью p (и не наступить с вероятностью $q = 1 - p$). Поставим своей задачей найти вероятность того, что **в n испытаниях событие A наступит ровно k раз – $P_{n,k}(A)$.**

Формула Бернулли. Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события A равна p, событие наступит ровно k раз (безразлично в какой последовательности), равна:

$$P_{n,k}(A) = C_n^k p^k q^{n-k}.$$

Из формулы Бернулли, очевидно, следует, что вероятность того, что в серии из n независимых опытов **событие A наступит хотя бы один раз,** равна:

$$P_{n,k\geq 1}(A) = 1 - P_{n,0} = 1 - q^n.$$

Отметим, что формулу Бернулли удобно применять в случае, если число опытов $n \leq 20$. При большом числе испытаний пользоваться ею затруднительно. Тогда подсчет вероятностей можно производить по одной из следующих теорем.

Формула Пуассона. Если вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний постоянна и мала, а число испытаний n велико, то вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит ровно k раз, приближенно равна:

$$P_{n,k}(A) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \text{ где } \lambda = np.$$

Отметим, что формулу Пуассона целесообразно применять в случае, если $0{,}1 < \lambda < 10$.

Локальная теорема Лапласа. Если вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний посто–янна, а число испытаний n велико, то вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит ровно k раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше n):

$$P_{n,k}(A) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ – дифференциальная функция Лапласа. Эта функция четная (т. е. $\varphi(-x) = \varphi(x)$) и табулируемая (ее значения приведены в таблице, для значений $x > 4$ следует считать $\varphi(x) \approx 0$).

Интегральная теорема Лапласа. Если вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний постоянна, то вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит не менее k_1 и не более k_2 раз, приближенно равна (тем точнее, чем больше n):

$$P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $\Phi(x) = \int_0^x \varphi(t)dt$ – интегральная функция Лапласа. Эта функция нечетная (т. е. $\Phi(x) = -\Phi(x)$) и табулируемая (ее значения приведены в таблице, для значений $x > 5$ полагают $\Phi(x) \approx 0,5$).

Можно убедиться, что вероятности $P_{n,k}\ (A)$ изменяются с изменением k, а именно: с возрастанием k от 0 до n вероятности вначале растут до некоторого момента, а затем начинают убывать. Число k_0 называют **наивероятнейшим,** если вероятность того, что событие A наступит в n испытаниях k_0 раз, превышает (или, по крайней мере, не меньше) вероятности остальных возможных исходов.

Наивероятнейшее число k_0 определяют из двойного неравенства:

$$np - q \le k_0 < np + p\,,$$

причем: 1) если число $np - q$ – дробное, то k_0 единственное;

2) если число $np - q$ – целое, то существует два наивероятнейших числа: k_0 и k_0+1;

3) если число np – целое, то $k_0 = np$.

Оценка отклонения относительной частоты от постоянной вероятности. Если вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний постоянна, то вероятность того, что абсолютная величина отклонения частоты события A от вероятности его появления в одном опыте не превышает положительного числа ε, приближенно равна:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \varepsilon\right) \approx 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right).$$

Теперь рассмотрим серию из n независимых испытаний, в которых вероятности появления события A различны. Пусть вероятность наступления события A в первом испытании равна p_1, во втором испытании – p_2, …, в n-ном испытании – p_n (тогда вероятности ненаступления события A равны q_1, q_2, ..., q_n соответственно).

Производящей функцией вероятностей называют функцию, определяемую равенством:

$$\varphi_n(z)=(p_1z+q_1)(p_2z+q_2)...(p_nz+q_n).$$

Тогда вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит ровно k раз $P_{n,k}(A)$ равна коэффициенту при z^k в разложении производящей функции.

Задачи для аудиторного занятия

1. Игральную кость подбрасывают 4 раза. Какова вероятность того, что число очков, кратное трем, появится: а) трижды; б) не менее трех раз; в) хотя бы один раз?
2. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее для каждого из них: выиграть 2 партии из 4 или 3 партии из 6?
3. Тест содержит 10 вопросов, на каждый из которых предложено 5 вариантов ответов. Студент отвечает наугад. Какова вероятность получить «зачет», если для этого достаточно ответить на 8 вопросов?
4. Произведено 6 выстрелов по объекту. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Найдите: а) наивероятнейшее число попаданий и соответствующую вероятность; б) вероятность того, что объект будет разрушен, если для этого достаточно двух попаданий.

5. Вероятность попадания снаряда в цель равна 0,3. Сколько должно быть произведено независимых выстрелов, чтобы вероятность, по меньшей мере, одного попадания в цель была больше, чем 0,9?

6. Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания при одном выстреле для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,6. Найдите наивероятнейшее число залпов, при которых не будет ни одного попадания в мишень, и соответствующую вероятность, если стрелки произведут 25 залпов.

7. Из 1000 звонков рекламного агента в 10 случаях с ним не хотят говорить. В понедельник агент сделал 100 звонков. Какова вероятность того, что неудачных звонков было не более двух?

8. Сколько надо провести независимых испытаний с вероятностью появления события в каждом испытании равной 0,3, чтобы наивероятнейшее число появлений события в этих испытаниях было равно 20?

9. Вероятность того, что игрок школьной баскетбольной команды забросит мяч в корзину при одном броске, равна 0,2. В течение тренировки он сделал 100 бросков со штрафной линии. Какова вероятность того, что он набрал 15 очков?

10. Вероятность попадания в цель при одном выстреле – 0,1. Найдите вероятность попадания в цель хотя бы двух пуль, если сделано 100 выстрелов.

11. Вероятность выздоровления больного в результате применения нового лекарства равна 0,8. Сколько вылечившихся пациентов из 100 можно ожидать с вероятностью 0,06?

12. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,8. Найдите вероятность того, что это событие появится: а) не менее 75 и не более 90 раз; б) не менее 75 раз; в) не более 74 раз.

13. В знаменитом голландском парке цветов Кекенхоф ежегодно высаживают около 7 млн. цветов, всхожесть кото-

рых в среднем составляет 90 %. Какова вероятность, что в сезоне 2011 года, посвященного России, взойдет не менее 90 % посаженных растений?

14. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,2. Какова вероятность того, что относительная частота этого события отклонится от его вероятности не более чем на 2 %?

15. Вероятность брака при производстве корпусной мебели равна 2 %. Определите максимально возможное с вероятностью 0,996 отклонение частоты дефектной мебели от вероятности в партии из 100 буфетов.

16. Известно, что на данном оборудовании 5 % продукции выходят с дефектом. Сколько изделий надо отобрать, чтобы с вероятностью 0,996 можно было утверждать, что доля брака в этой партии отличается от статистики не более чем на 2 %?

17. Производят 3 независимых выстрела по мишени с различных расстояний, с вероятностями попадания 0,2, 0,3 и 0,5 соответственно. Найдите вероятности: а) двух попаданий; б) не менее двух попаданий.

Задачи для самостоятельного решения

1. Монету подбрасывают 5 раз. Какова вероятность того, что «герб» выпадет: а) дважды; б) менее двух раз; в) хотя бы два раза?

2. В семье пятеро детей. Найдите наивероятнейшее число мальчиков в этой семье и соответствующую вероятность, если вероятность рождения мальчика – 0,51.

3. Найдите наивероятнейшее число ясных дней в первой декаде сентября и соответствующую вероятность, если из многолетних наблюдений известно, что в сентябре в среднем бывает 12 ненастных дней.

4. Задачник издан тиражом 20 тысяч экземпляров. Вероятность того, что он сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Какова вероятность того, что в этом тираже 3 бракованные книги?

5. Чему равна вероятность наступления события в каждом из 29 независимых испытаний, если наивероятнейшее число наступлений события в этих испытаниях равно 20?

6. Найдите вероятность того, что среди 100 новорожденных будет 50 мальчиков, если вероятность рождения мальчика – 0,51.

7. Всхожесть семян кактуса вида Rebutia minuscula при температуре 20% равна 0,95. Найдите вероятность того, что из 200 посаженных семян не менее 160 дадут всходы.

8. Вероятность появления события в каждом независимом испытании равна 0,5. Найдите число испытаний, при котором с вероятностью 0,7698 можно ожидать, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02.

9. Завод изготавливает изделия, каждое из которых подвергается трем видам проверки. Первый вид проверки проходит 90 % всех деталей, второй – 85 %, а третий – 80 % деталей. Найдите вероятность того, что изделие пройдет: а) все три испытания; б) два испытания; в) не менее двух испытаний.

Глава 2. Случайные величины

2.1. Дискретные случайные величины. Закон распределения и числовые характеристики.

Случайная величина – величина, которая в результате опыта примет одно и только одно значение, неизвестное заранее.

Если случайная величина принимает отдельные, изолированные значения, то ее называют **дискретной**; если же случайная величина принимает все значения из некоторого промежутка (конечного или бесконечного), то ее называют **непрерывной**.

Закон распределения дискретной случайной величины – соответствие между ее возможными значениями и соответствующими вероятностями (его можно задать таблично – ряд распределения, аналитически или графически).

Если в прямоугольной системе координат Oxp отметить точки (x_i, p_i), где x_i – возможные значения случайной величины X, а p_i – соответствующие вероятности, и соединить эти точки отрезками прямых, то получим **многоугольник распределения.**

Математическое ожидание дискретной случайной величины – сумма произведений всех ее возможных значений на их вероятности, т. е.:

$$M(X) = m_X = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \ .$$

Свойства математического ожидания:

1) $M(C) = C$,

2) $M(CX) = CM(X)$,

3) $M(X \pm Y) = M(X) \pm M(Y)$,

4) $M(X \cdot Y) = M(X) \cdot M(Y)$,

5) для биномиального распределения $M(X) = np$.

Дисперсия (рассеяние) дискретной случайной величины – математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания, т. е.:

$$D(X) = M\left[X - M(X)\right]^2.$$

На практике часто используют следующую формулу:

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X),$$

где $M\left(X^2\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i$.

Свойства дисперсии:

1) $D(C) = 0$,

2) $D(CX) = C^2D(X)$,

3) $D(X \pm Y) = D(X) + D(Y)$,

4) $D(X \cdot Y) = M(X^2) \cdot M(Y^2) - M^2(X) \cdot M^2(Y)$,

5) для биномиального распределения $D(X) = npq$.

Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины – квадратный корень из дисперсии, т. е.:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Мода *Mo (X)* **дискретной случайной величины** – значение случайной величины, принимаемое с наибольшей вероятностью по сравнению с двумя соседними значениями.

Функция распределения случайной величины – функция, определяющая для каждого значения аргумента вероятность того, что случайная величина примет значение меньше, чем значение этого аргумента, т. е.:

$$F(x) = P(X < x).$$

Свойства функции распределения:

1) $\forall x: 0 \le F(x) \le 1$,

2) $F(x)$ – неубывающая функция,

3) $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$,

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$,

5) $F(x)$ непрерывна слева.

Задачи для аудиторного занятия

1. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывают один выигрыш в 500 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Найдите закон распределения случайной величины X – размера возможного выигрыша для владельца одного билета и постройте многоугольник распределения.

2. В партии, состоящей из 6 деталей, 4 стандартных. Для контроля выбирают 3 детали. Составьте закон распределения случайной величины X – числа стандартных деталей среди отобранных. Постройте многоугольник распределения, найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Монета брошена три раза. Составьте закон распределения случайной величины X – числа выпадений герба, постройте многоугольник распределения. Найдите числовые характеристики этой случайной величины (двумя способами).

4. В первой урне лежат 4 синих и 12 красных шаров, во второй – 6 синих и 8 красных. Из каждой урны наудачу взяли по одному шару. Найдите закон распределения и числовые характеристики случайной величины X – числа красных шаров из двух вынутых.

5. Стрелок попадает в мишень при одном выстреле с вероятностью 0,3. Имея три патрона, он стреляет до первого попадания или пока не кончатся патроны. Составьте закон распределения случайной величины X – числа израсходованных патронов. Найдите функцию распределения этой случайной величины и постройте ее график. Вычислите числовые характеристики случайной величины X.

6. Дискретная случайная величина принимает значения -1; 0; 1, а ее числовые характеристики $M(X) = 0,1$; $D(X) = 0,89$. Составьте закон распределения этой случайной величины, найдите ее функцию распределения и постройте график.

7. Дискретная случайная величина может принимать два значения – x_1 с вероятностью 0,3 и x_2 с вероятностью 0,7 ($x_2 > x_1$). Составьте закон распределения этой случайной величины, найдите ее функцию распределения и постройте график, если ее числовые характеристики $M(X)$ = 2,7, а $D(X)$ = 0,21.

8. Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события A в каждом опыте. Дисперсия числа появлений события A в трех испытаниях равна 0,63. Найдите недостающие числовые характеристики этой случайной величины.

9. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	2	4	7
p	0,5	0,2	0,3

Найдите функцию распределения этой случайной величины и вероятности: $P(X<3)$, $P(X \geq 3)$, $P(X<0)$, $P(4<X<6)$, $P(-3<X<10)$.

10. Дискретные независимые случайные величины заданы законами распределения:

X	1	2	3
p	0,1	0,6	0,3

Y	0	1
p	0,2	0,8

Найдите закон распределения и числовые характеристики случайной величины Z = X+Y (двумя способами: исходя из закона распределения и пользуясь свойствами числовых характеристик). Найдите функцию распределения этой случайной величины и вероятности: $P(Z<2)$, $P(Z \geq 4)$, $P(0<Z<2{,}5)$, $P(-1<Z<7)$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Игральная кость брошена трижды. Составьте закон распределения случайной величины X – числа появлений шестерки. Постройте многоугольник распределения, найдите числовые характеристики этой случайной величины.

2. В урне лежат 3 синих и 5 белых шаров. Наудачу выбирают 4 шара. Составьте закон распределения случайной величины X – количества извлеченных синих шаров. Постройте многоугольник распределения, найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Производят три выстрела по мишени с вероятностями попадания – 0,3; 0,4; 0,7 соответственно. Найдите закон распределения и числовые характеристики случайной величины X – числа попаданий в цель. Найдите функцию распределения этой случайной величины и постройте ее график.

4. На пути движения машины 4 светофора, каждый из которых либо разрешает дальнейшее движение с вероятностью 0,3, либо запрещает с вероятностью 0,7. Найдите закон распределения и числовые характеристики случайной величины X – числа пройденных светофоров до первой остановки. Найдите функцию распределения этой случайной величины и постройте ее график.

5. Дискретная случайная величина принимает значения 1; 2; 3, а ее числовые характеристики $M(X) = 2{,}3$; $D(X) = 0{,}61$. Составьте закон распределения этой случайной величины, найдите ее функцию распределения и постройте график.

6. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	2	6	10
p	0,4	0,5	0,1

Найдите функцию распределения этой случайной величины и вероятности: $P(X<5)$, $P(X\geq 5)$, $P(X<0)$, $P(6<X<9)$, $P(-1<X<15)$.

2.2. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность вероятности, числовые характеристики

Напомним, что случайная величина называется **непрерывной**, если все ее значения непрерывно заполняют некоторый промежуток (конечный или бесконечный).

Непрерывная случайная величина может быть задана функцией распределения или дифференциальной функцией распределения. Отметим, что если случайная величина непрерывна, то ее функция распределения непрерывна и дифференцируема всюду, кроме, быть может, отдельных точек.

Дифференциальная функция распределения (плотность распределения вероятностей) непрерывной случайной величины – производная ее функции распределения, т. е.:

$$f(x)=F'(x).$$

График дифференциальной функции распределения называют **кривой распределения**.

Свойства плотности распределения:

1) $\forall x: f(x)\geq 0$,

2) $P(a<X<b)=\int\limits_a^b f(x)\,dx$,

3) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$,

4) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$,

5) $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины – число, определяемое равенством:

$$M(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x\,f(x)\,dx.$$

Дисперсия (рассеяние) непрерывной случайной величины – математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания, т. е.:

$$D(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left[x - M(X)\right]^2 f(x)\,dx.$$

На практике часто используют следующую формулу:

$$D(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - M^2(X).$$

Свойства математического ожидания и дисперсии, отмеченные выше для дискретных случайных величин, остаются справедливыми и для непрерывных случайных величин.

Среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины – квадратный корень из дисперсии, т. е.:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Мода *Mo(X)* **непрерывной случайной величины** – точка локального максимума плотности вероятности *f(x)*.

Медиана *Me(X)* **непрерывной случайной величины** – такое ее значение, для которого

$$P\left[X < Me(X)\right] = P\left[X > Me(X)\right] = \frac{1}{2}.$$

Геометрически медиану можно истолковать как точку, в которой ордината *f(x)* делит пополам площадь под кривой распределения.

Задачи для аудиторного занятия

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2; \\ 0{,}5x - 1, & \text{если } 2 < x \le 4; \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что в результате испытания случайная величина *X* примет значение: а) меньшее 0,2; б) меньшее 3; в) не меньшее 3; г) не меньшее 5; д) больше, чем 2, но меньше, чем 2,5.

2. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}\sin 3x, & \textit{если}\ 0<x<\dfrac{\pi}{3};\\ 0, & \textit{если}\ x\le 0,\ x\ge\dfrac{\pi}{3}.\end{cases}$$

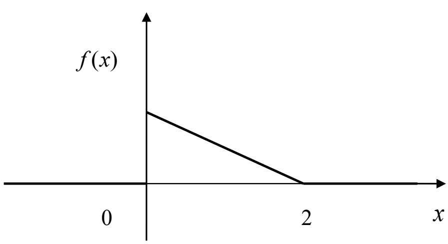
Найдите вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала: а) $\left(\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{4}\right)$; б) $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

3. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \textit{если}\ x\le 1;\\ c\left(1-\dfrac{x}{3}\right), & \textit{если}\ 1<x<3;\\ 0, & \textit{если}\ x\ge 3.\end{cases}$$

Найдите параметр c и числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите вероятность попадания случайной величины в интервал (0; 2) и покажите ее на графике.

4. График дифференциальной функции распределения случайной величины имеет вид:



Найдите максимальное значение функции *f(x)* и числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите вероятность попадания случайной величины в интервал (0; 1) и покажите ее на графике.

5. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \textit{если } x\le 0;\\ a\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3\right), & \textit{если } 0<x\le 3;\\ 1, & \textit{если } x>1. \end{cases}$$

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите вероятность того, что в результате опыта значение случайной величины попадет в интервал (0,5; 1), и покажите ее на графике.

6. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \textit{если } x<0,\quad x>\frac{\pi}{3};\\ a\sin x, & \textit{если } 0\le x\le \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой случайной величины. Найдите функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*. Вычислите вероятность попадания случайной величины в интервал $\left(\frac{\pi}{3};\frac{3\pi}{2}\right)$.

7. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases}4-6x, & если\ x\in[0,a];\\ 0, & если\ x\notin[0,a].\end{cases}$$

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой случайной величины. Найдите функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*.

8. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & если\ x<1;\\ \dfrac{A^2}{1+x^2}, & если\ x\geq 1.\end{cases}$$

Найдите параметр *A* и интегральную функцию распределения. Вычислите вероятность того, что в результате испытания значение случайной величины попадет в интервал $\left(\frac{1}{\sqrt{3}};\sqrt{3}\right)$.

9. Случайная величина *X* имеет непрерывную плотность:

$$f(x)=\begin{cases}ae^{x}, & если\ x<0\\ be^{-x}, & если\ x\geq 0.\end{cases}$$

Найдите неизвестные параметры, функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*. Вычислите вероятность того, что в результате испытания значение случайной величины попадет в интервал (-1; 2).

Задачи для самостоятельного решения

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x\le 0;\\ a(x^2+x), & \text{если } 0<x\le 1;\\ 1, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Найдите параметр *a*, числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите вероятность попадания случайной величины в интервал (0,5; 1) и покажите ее на графике.

2. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0, \quad x>\pi;\\ a\sin x, & \text{если } 0\le x\le \pi.\end{cases}$$

Вычислите параметр *a*, вероятность попадания случайной величины в интервал $\left(\frac{\pi}{3}; M(X)\right)$. Найдите функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)* .

3. Случайная величина *X* имеет непрерывную плотность:

$$f(x)=\begin{cases}ax^2+bx, & \text{если } 0\le x\le 3;\\ 0, & \text{если } x<0, x>3.\end{cases}$$

4. Найдите неизвестные параметры, числовые характеристики, функцию распределения и постройте графики *f(x), F(x)*.

Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения $f(x)=\dfrac{2c}{e^x+e^{-x}}$ на всей числовой прямой. Найдите неизвестный параметр *c* и интегральную функцию распределения.

2.3. Некоторые типичные законы распределения непрерывных случайных величин

Непрерывная случайная величина называется **равномерно распределенной** на интервале *(a, b)*, если ее плотность вероятностей постоянна на этом интервале, а вне его равна нулю, т. е.:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & \text{если } x\in(a,b);\\ 0, & \text{если } x\notin(a,b).\end{cases}$$

Интегральная функция распределения в этом случае имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x\le a;\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{если } a<x<b;\\ 1, & \text{если } x\ge b.\end{cases}$$

Числовые характеристики равномерного распределения можно вычислить по формулам:

$$M(X)=Me(X)=\frac{a+b}{2},\;\; D(X)=\frac{(b-a)^2}{12},\;\; \sigma(X)=\frac{(b-a)\sqrt{3}}{6}.$$

Вероятность попадания равномерной случайной величины в интервал (α,β), принадлежащий целиком интервалу *(a, b)*, можно вычислить по формуле:

$$P(\alpha<X<\beta)=\frac{\beta-\alpha}{b-a}.$$

Непрерывная случайная величина называется распределенной по **показательному (экспоненциальному) закону**, если ее плотность вероятностей имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x\ge 0;\\ 0, & \text{если } x<0,\end{cases}$$

где положительное число λ называется параметром распределения.

Интегральная функция распределения в этом случае имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x}, & \text{если } x\ge 0;\\ 0, & \text{если } x<0.\end{cases}$$

Числовые характеристики показательного распределения можно вычислить по формулам:

$$M(X)=\frac{1}{\lambda},\ D(X)=\frac{1}{\lambda^2},\ \sigma(X)=\frac{1}{\lambda}.$$

Вероятность попадания показательной случайной величины в интервал (α,β) можно вычислить по формуле:

$$P(\alpha<X<\beta)=e^{-\alpha\lambda}-e^{-\beta\lambda}.$$

Непрерывная случайная величина называется распределенной по **нормальному закону**, если ее плотность вероятностей имеет вид:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},\quad x\in R.$$

Интегральная функция распределения в этом случае имеет вид:

$$F(x) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

Числовые характеристики нормального распределения можно вычислить по формулам:

$$M(X) = Mo(X) = Me(X) = a,\ D(X) = \sigma^2,\ \sigma(X) = \sigma.$$

Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины в интервал (α, β) можно вычислить по формуле:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания можно вычислить по формуле:

$$P\left(\left|X - a\right| < \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right).$$

Последняя формула позволяет сделать важный вывод – **правило трех сигм**: практически достоверно, что абсолютное отклонение нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратического отклонения, т. е. все ее значения лежат в промежутке $(a - 3\sigma, a + 3\sigma)$.

Задачи для аудиторного занятия

1. Плотность распределения непрерывной случайной величины постоянна в интервале (0, 4) и равна нулю вне его. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.

2. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на промежутке (-5, 3). Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения и числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите вероятность попадания случайной величины в интервал (-2,1) и покажите ее на графике.

3. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляют до ближайшего целого деления. Найдите вероятность того, что при измерении будет сделана ошибка: а) меньшая 0,04; б) большая 0,05.

4. Автобусы маршрута «Самара – Тольятти» идут по расписанию с интервалом движения 30 минут. Время, в течение которого пассажиру приходиться ждать автобус, представляет собой случайную величину, распределенную равномерно. Найдите вероятность того, что пассажир, наудачу приехавший на автовокзал, будет ожидать очередной автобус менее 10 минут.

5. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,5$. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (1, 2) и покажите ее на графике.

6. Время работы прибора до поломки подчинено показательному закону распределения. Какова вероятность того, что прибор проработает безотказно а) 200 часов; б) 800 часов, если среднее время работы прибора 400 часов?

7. Время безотказной работы прибора имеет показательное распределение $F(t)=1-e^{-0{,}01t}$ $(t \geq 0)$. Найдите время гарантийной работы прибора. Какова вероятность того, что прибор проработает безотказно: а) менее 200 часов? б) не менее 200 часов?

8. Время безотказной работы прибора имеет показательное распределение. Найдите вероятность того, что прибор проработает не менее 600 часов, если среднее время работы прибора 300 часов.

9. Выберите из перечисленных ниже законов распределения те, которые являются нормальными. Постройте их графики и определите числовые характеристики этих случайных величин.

а) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{6}}$; в) $f(x)=\dfrac{10}{\sqrt{\pi}}e^{-400(x-20)^2}$;

б) $f(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}$; г) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}e^{-2(x-5)^2}$.

10. Случайная величина распределена по нормальному закону с параметрами $a=5, \sigma=2$. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения этой случайной величины. Найдите вероятность того, что значение случайной величины попадет в интервал (1, 10).

11. Диаметр подшипников представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с математическим ожиданием 20 мм и дисперсией 0,16 мм^2. Найдите вероятность поступления на конвейер бракованной детали, если разрешено отклонение размера диаметра от его среднего значения не более чем на 1 мм.

12. Размер детали, изготавливаемой станком-автоматом, задан полем допуска 40 – 42 мм. Средний размер детали

равен 40,6 мм, а среднее отклонение – 0,5 мм. Вычислите процент брака при производстве таких деталей, при условии, что их размер – случайная величина, распределенная по нормальному закону.

13. Диаметр деталей представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону. Ее математическое ожидание равно 3,5 см, а дисперсия – 0,01 см^2. В каких границах можно гарантировать диаметр детали с вероятностью 0,98?

14. Продолжительность горения электрической лампы в некоторой партии – нормально распределенная величина с математическим ожиданием 1200 ч и средним квадратическим отклонением 50 ч. Найдите вероятность того, что продолжительность горения наугад взятой лампы составила 1200 ± 80 часов.

15. Известно, что рост человека подчиняется нормальному закону распределения. Для некоторой группы лиц средний рост оказался равным 170 см со средним отклонением 5 см. Какова вероятность того, что случайно выбранное лицо выше 165, но ниже 168 см? Каков процент таких лиц в этой группе?

Задачи для самостоятельного решения

1. Плотность распределения непрерывной случайной величины постоянна на отрезке [-0,1; 0,1] и равна нулю вне его. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины. Вычислите вероятность попадания случайной величины в интервал (0; 0,05) и покажите ее на графике.

2. Минутная стрелка электрических часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найдите вероятность того, что в данное мгновение часы показывают время, отличающееся от истинного не более чем на 20 секунд.

3. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 2$. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (0,5; 1) и покажите ее на графике.

4. Время безотказной работы прибора имеет показательное распределение с интенсивностью $\lambda = 0,3$. Найдите время гарантийной работы прибора. Какова вероятность того, что прибор проработает безотказно: а) два года? б) не менее 4 лет?

5. Случайная величина распределена по нормальному закону с параметрами $a = 6, \sigma = 2$. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения этой случайной величины. Какова вероятность попадания случайной величины в интервал (3, 7)?

6. Диаметр некоторой партии гаек представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с математическим ожиданием 16 мм и дисперсией 0,09 мм^2. Найдите вероятность поступления на конвейер бракованной детали, если разрешено отклонение размера диаметра от его среднего значения не более чем на 0,5 мм. В каких границах можно гарантировать диаметр гайки с вероятностью 0,9?

Индивидуальные задания

Вариант 1

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление герба и надписи?

2. В классе 30 учеников: 20 мальчиков и 10 девочек. На каждый из трех вопросов, заданных учителем, отвечает один ученик. Какова вероятность того, что среди ответивших было два мальчика и одна девочка?

3. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один, а затем другой валик. Найдите вероятность того, что второй валик конусный.

4. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0002. Найдите вероятность того, что на базу придут 4 поврежденные изделия.

5. Вероятность поражения движущейся мишени при каждом отдельном выстреле равна 0,6. Какова вероятность того, что при 2000 выстрелах отклонение частоты попадания от его вероятности не будет превышать по абсолютной величине 0,03?

6. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетная, а на грани одной из костей появится пятерка.

7. В жюри из трех человек два человека независимо друг от друга принимают правильное решение с вероятностью p, а третий для вынесения решения бросает монету (окончательное решение выносится большинством голосов). Жюри

из одного человека выносит справедливое решение с вероятностью p. Какое из этих жюри выносит справедливое решение с большей вероятностью?

8. На стройку поступает 50 % деталей с первого завода, 20 % – со второго, 30 % – с третьего завода. Первый завод дает 2 % брака, второй – 3 %, третий – 1 %. В результате поступления бракованной детали возникла авария. Какова вероятность того, что бракованная деталь была изготовлена на втором заводе?

9. Определите вероятность того, что при пяти бросаниях монеты число выпадений герба будет равно: а) трем; б) не менее трех.

Случайные величины

1. В одной урне 3 белых и 9 черных шаров, а в другой – 8 белых и 4 черных. Из каждой урны взяли по шару. Найдите закон распределения белых шаров среди этих двух и математическое ожидание этой величины, постройте многоугольник распределения. Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте ее график.

2. Непрерывная случайная величина имеет плотность вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} A(1-x), \text{ \textit{если} } |x| \le 1; \\ 0, \qquad \text{\textit{если} } |x| > 1. \end{cases}$$

Определите постоянный коэффициент A, $M(X)$, $D(X)$, $P(0{,}5 < X < 1)$, постройте график $f(x)$.

3. Плотность распределения непрерывной случайной величины постоянна в интервале (1, 6) и равна нулю вне его. Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.

4. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины равны соответственно 3 и $\sqrt{3}$. Запишите дифференциальную функцию распределения, постройте ее график. Какова вероятность того, что в результате испытания эта случайная величина примет значение из интервала (1, 3)?

Вариант 2

Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – два выстрела по мишени; события A_1 – хотя бы одно попадание, A_2 – хотя бы один промах?

2. Вероятность выпуска изделия, отвечающего утвержденным техническим нормам, равна 0,9. Какова вероятность в партии из 300 изделий получить 265 стандартных?

3. На сборку поступило 35 конусных и 30 эллиптических валиков. Сборщик наудачу взял один валик, а затем, не возвращая его, второй. Какова вероятность того, что первый валик был конусным, а второй – эллиптическим?

4. В ящике находится 54 одинаковых по виду и весу деталей, помеченных номерами от 1 до 54. Какова вероятность того, что наудачу вынутая деталь окажется с номером, кратным 3?

5. Вероятность всхожести семян ржи составляет 90 %. Чему равна вероятность того, что из 6 семян взойдут 4?

6. Два датчика посылают сигналы в общий канал связи, причем первый посылает в 2 раза больше сигналов, чем второй. Вероятность получить искаженный сигнал от первого датчика равна 0,06; от второго – 0,03. Какова вероятность того, что наугад выбранный из общего канала связи сигнал будет искаженным?

7. Студент знает 45 из 60 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит пять вопросов. Найдите вероятность того, что студент знает ответ только на три вопроса билета.

8. Первый рабочий производит 55 % всех деталей, второй рабочий – 45 %. В продукции первого – 2 % брака, у второго – 3 %. Случайно взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она сделана вторым рабочим?

9. Две монеты подбрасываются 1000 раз. Найдите приближенное значение вероятности того, что число выпадений комбинации «герб – герб» будет заключено между 236 и 264.

Случайные величины

1. Функция распределения случайной величины имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ x^2\,, & \text{если } 0\le x\le 1;\\ 1, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Найдите функцию плотности вероятности и вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0,5; *M(X)*). Постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

2. Из ящика с десятью шарами (среди которых 7 белых и 3 черных) одновременно извлекаются 4 шара. Запишите закон распределения вероятностей числа белых шаров в выборке. Постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения $F(x)$. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda=0,4$. Запишите диффе-

ренциальную и интегральную функции распределения этой случайной величины, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины и определите вероятность попадания ее в интервал (2, 5). Покажите эту вероятность на графике.

4. Диаметр подшипников, выпускаемых заводом, есть величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 8 мм и дисперсией 0,16 мм^2. Какова вероятность брака по размеру диаметра, если разрешенный допуск $\pm$ 0,6 мм?

Вариант 3

Случайные события

1. Являются ли равновозможными события: опыт – выстрел по мишени; события A_1 – попадание, A_2 – промах?

2. В ящике имеется 5 деталей, изготовленных заводом №1, и 10 деталей, изготовленных заводом №2. Сборщик последовательно вынимает из ящика детали одну за другой. Найдите вероятность того, что во второй раз будет извлечена деталь, изготовленная заводом №2.

3. Вероятность попадания в самолет при одном выстреле равна 0,008. Производятся 100 выстрелов. Определите вероятность двух попаданий.

4. В одном институте установили, что вероятность наличия иногородних студентов составляет 36 %. Определите с вероятностью 0,9545, в каких границах может заключаться относительная частота иногородних студентов во всем обследуемом коллективе, если численность выборки равна 900 человек.

5. Определите вероятность того, что серия наудачу выбранной облигации не содержит одинаковых цифр, причем номер серии может быть любым пятизначным числом, начиная с 00001.

6. Во время тренировок установлено, что спортсмен может улучшить прежний результат с вероятностью p при каждой попытке. Какова вероятность того, что на очередных соревнованиях, где разрешается три попытки, спортсмен улучшит свой результат?

7. В партии из 10 деталей 7 окрашены. Наудачу отобраны 3 детали. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей 2 окрашены.

8. Пять стрелков попадают в мишень с вероятностью 0,6, три стрелка – с вероятностью 0,7, два – с вероятностью 0,9. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой группе стрелков вероятнее всего принадлежал он?

9. Производится пять независимых выстрелов по цели. Вероятность попадания при каждом выстреле равна $\frac{1}{3}$. Чему равна вероятность того, что число попаданий будет заключено в пределах от 1 до 3?

Случайные величины

1. Устройство состоит из двух независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого из них в одном опыте 0,2. Составьте ряд распределения числа отказавших элементов в одном опыте. Найдите функцию распределения $F(x)$ и $M(X)$. Постройте многоугольник распределения и график $F(x)$.

2. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} A(1-x^2), & \text{если } |x| \le 1; \\ 0, & \text{если } |x| > 1. \end{cases}$$

Определите постоянный коэффициент A, числовые характеристики этой случайной величины и вероятность ее попадания в интервал (0, 1). Постройте график $f(x)$.

3. Непрерывная случайная величина распределена равномерно в интервале (1,5; 4). Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.

4. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины равны соответственно 6 и 2. Запишите дифференциальную функцию распределения, постройте ее график. Какова вероятность того, что в результате испытания эта случайная величина примет значение из интервала (2, 6)?

Вариант 4

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – два выстрела по мишени; события A_1 – хотя бы одно попадание, A_2 – хотя бы один промах?

2. В цехе имеется 3 резервных мотора. Для каждого мотора вероятность быть включенным в данный момент равна 0,2. Найдите вероятность того, что в данный момент включен хотя бы один резервный мотор.

3. Найдите вероятность одновременной остановки 30 машин из 100 работающих, если вероятность остановки одной машины равна 0,2.

4. Брошены две игральные кости (кубики). Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5?

5. Имеются две партии изделий по 10 и 15 штук. В каждой партии одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую.

После этого выбирается изделие из второй партии. Определите вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

6. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара. Найдите вероятность того, что хотя бы один из них белый.

7. На сборку поступают детали с двух станков – автоматов. С первого станка поступает 70 деталей в час (при этом он допускает 2 % брака), а со второго станка – 30 деталей в час (при этом он допускает 1 % брака). Случайно взятая сборщиком деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом станке?

8. Левши в среднем составляют 1 %. Какова вероятность, что среди наудачу выбранных 200 человек будет не менее четырех левшей?

9. Монету подбрасывают 5 раз. Какова вероятность того, что 3 раза она упадет гербом вверх?

Случайные величины

1. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,4. Найдите закон распределения числа промахов при четырех выстрелах и математическое ожидание этой величины, постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения $F(x)$.

2. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$, причем:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}, & \text{если } |x| < a; \\ 0, & \text{если } |x| \geq a. \end{cases}$$

Найдите коэффициент a, математическое ожидание и вероятность того, что эта случайная величина попадет в интервал $\left(\frac{a}{2}; a\right)$. Постройте график функции плотности вероятности.

3. Средний срок свечения энергосберегающих ламп Iskra Львовского электролампового завода составляет 8000 часов. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает не менее 10000 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.

4. Цех изготовляет детали, длины которых представляют собой случайную величину X, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение величины X соответственно равны 10 и 0,1 см. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали в ту или другую сторону от математического ожидания не превзойдет 0,05 см, и покажите ее на графике.

Вариант 5

Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – извлечение двух карт из колоды; события A_1 – появление дамы, A_2 – появление туза?

2. Вероятность выиграть по одному билету денежно – вещевой лотереи равна 0,08. Какова вероятность того, что человек, купивший 5 билетов, выиграет хотя бы по одному?

3. Вероятность выпуска дефектной лампы равна 0,03. Найдите максимально возможное с вероятностью 0,999 отклонение частоты дефектных ламп от 0,03 среди 2000.

4. В камере хранения ручного багажа 80 % всей клади составляют чемоданы, которые вместе с другими вещами хра-

нятся на стеллажах. Через окно выдачи были получены все вещи с одного стеллажа. Какова вероятность того, что среди выданных 50 вещей было 38 чемоданов?

5. Четыре станка – автомата производят детали на общий конвейер. Вероятность получения брака на первом автомате равна 0,009, на трех остальных – 0,006. Производительность у первого автомата вдвое больше, чем у каждого из остальных. Какова вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь будет бракованной?

6. В ящике лежат 6 красных и 2 черных носка. Из ящика наудачу вытягивают два носка. Какова вероятность того, что они оба красные?

7. Бросают две игральные кости. Определите вероятность того, что произведение числа выпавших очков делится на 2.

8. Болты изготовляют на трех станках, каждый из которых производит соответственно 25, 30, 45 % всего количества болтов. В продукции каждого станка брак составляет соответственно 3, 2, 1 %. Взятый наудачу болт оказался бракованным. Какова вероятность того, что он сделан на третьем станке?

9. В партии из 12 деталей – 8 стандартных. Наудачу отобраны 9 деталей. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей будет 5 стандартных.

Случайные величины

1. Случайная величина X имеет функцию плотности вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, & если\ x<0;\\ 2x, & если\ 0\le x\le 1;\\ 0, & если\ x>1.\end{cases}$$

Вычислите числовые характеристики данной случайной величины и $P(X < M(X))$.

2. На пустую шахматную доску случайно ставится слон. Вероятности поставить слона на каждую клетку будем считать одинаковыми. Найдите закон распределения X – числа битых полей, постройте многоугольник распределения. Найдите интегральную функцию распределения и постройте ее график. Вычислите математическое ожидание.

3. Интервал движения электропоездов «Самара – Похвистнево» в среднем составляет 1 час 10 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать электричку, представляет собой случайную величину, распределенную по равномерному закону. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд менее 35 минут и покажите эту вероятность на графике.

4. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по нормальному закону, равны соответственно 5 и 2. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0, 8) и покажите ее на графике.

Вариант 6

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – извлечение одной карты из колоды; события A_1 – появление карты червовой масти, A_2 – появление карты бубновой масти?

2. В урне 5 белых и 6 красных шаров. Из урны наудачу вынимают 5 шаров. Найдите вероятность того, что среди них будут два белых шара.

3. На склад поступили одинаковые электрические утюги. Первый завод поставляет 80 %, а второй – 20 % всего количества. Известно, что первый завод выпускает 90 % продукции, способной прослужить положенный срок, а второй – 95 %. Какова вероятность того, что наугад взятый утюг прослужит положенный срок?

4. Если в среднем левши составляют 1 %, каковы шансы на то, что среди 200 человек двое левшей?

5. В лотерее вероятность выигрыша по одному билету равна 0,3. Какова вероятность того, что из пяти приобретенных билетов два выигрывают?

6. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность поражения мишени при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела – 0,8. Стрелок поразил мишень из винтовки, взятой наудачу. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

7. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятность того, что суммарное число очков на обеих костях делится на три.

8. Три стрелка независимо друг от друга производят по одному выстрелу по мишени с вероятностями попадания 0,4, 0,7, 0,9 соответственно. Определите вероятность хотя бы одного попадания.

9. Проверкой установлено, что цех в среднем выпускает 99,95 % изделий высшего сорта. Чему равна вероятность того, что из 10000 наудачу взятых изделий не высшего сорта окажется: а) ровно 40 изделий; б) не более 70 изделий?

Случайные величины

1. Стрелок имеет три патрона и стреляет в цель до первого попадания или пока не кончатся патроны. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна $\frac{2}{3}$. Постройте

закон распределения числа израсходованных патронов и найдите $M(X)$, постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения $F(x)$.

2. Плотность распределения непрерывной случайной величины:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \textit{если } x<0;\\ c\ arctgx, & \textit{если } 0\le x\le 1;\\ 0, & \textit{если } x>1.\end{cases}$$

Найдите постоянный параметр c.

3. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda=0{,}1$. Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (-1, 4) и покажите ее на графике.

4. Диаметр деталей представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону. Ее математическое ожидание равно 40 мм, а среднее квадратичное отклонение – 2 мм. В каких границах можно гарантировать диаметр детали с вероятностью 0,98?

Вариант 7

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – два выстрела по мишени; события A_1 – ни одного попадания, A_2 – одно попадание, A_3 – два попадания?

2. Всхожесть семян данного растения равна 0,8. Какова вероятность того, что при посеве 10000 семян доля взошедших семян отклонится от 0,8 не более чем на 0,01?

3. Сборная команда по боксу, состоящая из пяти русских, четырех чеченцев и трех дагестанцев, проводит тренировку. Проводится спарринг. Какова вероятность того, что в нем участвуют двое спортсменов одной национальности?

4. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8, а разность – 4.

5. На складе имеется 15 изделий, из которых 10 со знаком качества. Найдите вероятность того, что среди наудачу взятых 5 изделий 3 окажутся со знаком качества.

6. Болты изготовляют на трех станках, каждый из которых производит соответственно 20, 30, 50 % всего количества. В продукции каждого станка брак составляет соответственно 3, 2 и 1 %. Какова вероятность того, что случайно взятый болт окажется дефектным?

7. Команда составлена из двух отличных, трех хороших и пяти средних стрелков. Вероятность попадания в мишень для каждой группы соответственно равны 0,99, 0,9, 0,75. Наугад выбранный из команды стрелок попадает в цель. Какова вероятность того, что это отличный стрелок?

8. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости равна 0,01. Сверла укладываются в коробку по 200 штук. Определите вероятность того, что число бракованных сверл в коробке не превосходит двух.

9. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна 0,01. В предположении независимости искажения знаков найдите вероятность того, что сообщение из пяти знаков содержит одно искажение.

Случайные величины

1. В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу отобраны 3 детали. Составьте закон распределения дискретной случайной величины X – числа стандартных

деталей среди отобранных. Запишите интегральную функцию распределения $F(x)$, постройте ее график и многоугольник распределения.

2. Дана функция плотности вероятности случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0; \\ a \sin x, & \text{если } 0 \le x \le \pi; \\ 0, & \text{если } x > \pi. \end{cases}$$

Определите коэффициент a. Запишите интегральную функцию распределения $F(x)$, постройте графики функций $f(x)$ и $F(x)$.

3. Непрерывная случайная величина распределена равномерно в интервале (-2,5; 3). Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 5) и покажите эту вероятность на графике.

4. Заряд пороха для ружья 32 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,25 г и является нормально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 2,5 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 6,2 г.

Вариант 8

Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – бросание монеты; события A_1 – появление герба, A_2 – появление цифры?

2. По данным технического контроля в среднем 2 % изготовляемых на заводе часов нуждаются в дополнительной регулировке. Чему равна вероятность того, что из 300 изготовленных часов 290 не нуждаются в дополнительной регулировке?

3. В конверте находятся 4 одинаковые карточки, на каждой из которых напечатана одна из букв: А, Е, Р, К. Эти карточки вынимаются по одной и укладываются рядом. Найдите вероятность того, что получится слово «РЕКА».

4. На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый автомат дает 70 % необходимых для сборки деталей, второй – 30 %. Вероятность появления бракованной детали с первого автомата равна 0,02, со второго – 0,01. Какова вероятность поступления на сборку бракованной детали?

5. Аппаратура содержит 2000 одинаковых элементов, каждый из которых может выйти из строя с вероятностью 0,005. Найдите вероятность отказа аппаратуры, если он наступит при поломке хотя бы одного элемента.

6. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найдите вероятность того, что из трех проверенных изделий только два высшего сорта.

7. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число выпавших очков больше 9.

8. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовлены отлично, 4 – хорошо, 2 – посредственно, 1 – плохо. В экзаменационных билетах 12 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все вопросы, хорошо подготовленный – на 9 вопросов, посредственно – на 6, плохо – на 3. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найдите вероятность того, что этот студент подготовлен плохо.

9. В урне 8 красных и 6 черных шаров. Наудачу, один за другим, извлекают 3 шара. Какова вероятность того, что третьим будет вынут черный шар?

Случайные величины

1. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ 0,5(1-\cos x), & \text{если } 0\le x\le\pi;\\ 1, & \text{если } x>\pi.\end{cases}$$

Найдите плотность вероятности $f(x)$, числовые характеристики этой случайной величины. Какова вероятность ее попадания в интервал $(0,\pi)$?

2. На пустую шахматную доску случайно ставится конь. Вероятности поставить его на каждую клетку будем считать одинаковыми. Найдите закон распределения X – числа битых полей.

3. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda=0,04$. Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (-2, 5) и покажите ее на графике.

4. Цех изготовляет детали, длины которых представляют собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 15 и 1 см. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали в ту или другую сторону от математического ожидания не превзойдет 0,5 см, и покажите ее на графике.

Вариант 9

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление двух цифр?

2. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,4. Найдите вероятность хотя бы одного попадания в цель при шести выстрелах.

3. При вытачивании болтов наблюдается 1 % брака. Какова вероятность того, что из 400 болтов не менее 390 будут стандартными?

4. Вероятность изготовления детали высшего сорта на данном станке равна 0,4. Найдите вероятность того, что среди наудачу взятых 26 деталей половина окажется высшего сорта.

5. Имеются три одинаковых по виду коробки. В первой коробке – 10 белых шаров, во второй – 5 белых и 5 черных шаров, в третьей – 10 черных шаров. Выбирают наудачу одну из коробок и вынимают из нее шар. Найдите вероятность того, что этот шар белый.

6. В группе из 18 студентов, пришедших на экзамен, 6 подготовлены отлично, 8 – хорошо, 3 – посредственно и 1 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 12 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 12 вопросов, хорошо – на 9, посредственно – на 6, плохо – на 3. Вызванный наугад студент ответил на 3 произвольно заданных вопроса. Найдите вероятность того, что этот студент подготовлен отлично.

7. На складе имеется 10 ящиков со стеклом, причем 6 из них содержат стекло высокого качества. Какова вероятность того, что среди наудачу взятых трех ящиков хотя бы два окажутся со стеклом высокого качества?

8. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не менее 13?

9. В урне содержатся белые и черные шары в отношении 4:1. После извлечения шара регистрируется его цвет, и шар возвращается в урну. Чему равно число извлечений n, при котором с вероятностью 0,9722 можно ожидать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты появления белого шара от его вероятности будет не более чем 0,01?

Случайные величины

1. Непрерывная случайная величина имеет вероятностную плотность:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x<-1; \\ \dfrac{A}{1+x^2}, & \text{если } -1\le x\le 1; \\ 0, & \text{если } x>1. \end{cases}$$

2

Вычислите постоянную A и математическое ожидание этой случайной величины. Постройте график $f(x)$.

2. Две игральные кости одновременно бросаются два раза. Напишите закон распределения дискретной случайной величины X – количества выпадений нечетного числа очков на двух игральных костях, постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения $F(x)$. Вычислите математическое ожидание этой случайной величины.

3. Интервал движения электропоездов направления «Самара – Сызрань» в среднем – 40 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать электричку, представ-

ляет собой равномерно распределенную случайную величину. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд более 15 минут и покажите эту вероятность на графике.

4. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по нормальному закону, равны соответственно 1 и 3. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 4) и покажите ее на графике.

Вариант 10

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание игральной кости (кубика); события A_1 – появление не менее трех очков, A_2 – появление не более четырех очков?
2. Средний процент нарушения работы прибора в течение гарантийного срока равен 12. Какова вероятность того, что из 46 приборов 36 выдержат гарантийный срок?
3. Из колоды в 36 карт вынимают 3 карты. Найдите вероятность того, что среди них два туза?
4. В железнодорожном составе 50 вагонов, груженных углем двух сортов: 25 вагонов содержат 70 % угля первого сорта и 30 % – второго; 15 вагонов содержат 60 % и 40 %; остальные 10 вагонов – 85 % и 15 % угля соответственно. Случайно взятый для анализа кусок угля оказался второго сорта. Какова вероятность, что он взят из вагона первой группы?
5. Игральная кость бросается 5 раз. Найдите вероятность того, что два раза появится число очков, кратное трем.
6. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что на выпавших гранях число очков различно.

7. В первой урне содержится 5 шаров, из них 2 белых и 3 черных; во второй урне 12 шаров, из них 4 белых и 8 черных. Из каждой урны наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что эти шары разного цвета?

8. Проверкой установлено, что вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости равна 0,01. Сверла укладываются в коробки по 100 штук. Определите вероятность того, что в наудачу выбранной коробке не окажется бракованных сверл.

9. В команде из 10 стрелков двое имеют третий разряд и попадают в мишень с вероятностью 0,6; трое имеют второй разряд и попадают в мишень с вероятностью 0,7; пятеро имеют первый разряд и попадают в мишень с вероятностью 0,9. Наудачу выбран стрелок. Какова вероятность того, что он попадет в мишень?

Случайные величины

1. В ящике №1 имеется 9 белых и 3 черных шаров, в ящиках №2 – 4 белых и 8 черных шара. Из каждого ящика вынули по одному шару. Найдите закон распределения белых шаров среди этих двух и дисперсию этой величины, постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения.

2. Непрерывная случайная величина задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ \lambda\,(4x-x^{3}), & \text{если } 0\le x\le 2;\\ 0, & \text{если } x>2.\end{cases}$$

Найдите значение параметра λ и вычислите математическое ожидание этой случайной величины.

3. Гарантийный срок службы энергосберегающих ламп OSRAM составляет 12000 часов. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает не менее 15000 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.

4. Диаметр деталей, выпускаемых заводом, есть величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 25 мм и дисперсией 0,25 мм^2. Найдите вероятность брака, если допустимый размер детали $25 \pm 0{,}15$ мм?

Вариант 11

Случайные события

1. Являются ли полными следующие группы событий: а) опыт – бросание монеты; события A_1 – появление герба, A_2 – появление цифры; б) опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление двух цифр?

2. Вероятность выпуска дефектной лампы равна 0,1. В магазин поступила партия из 200 ламп. Найдите вероятность того, что среди них окажется от 17 до 23 бракованных ламп.

3. В первой урне содержится 5 шаров, из них 2 белых и 3 красных; во второй урне – 12 шаров, из них 4 белых и 8 красных. Из каждой урны наудачу извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара белые?

4. Автоматическая штамповка клемм для предохранителей дает 10 % отклонений от принятого стандарта. Сколько стандартных деталей должно быть в партии из 400 клемм, чтобы вероятность появления такого числа равнялась 0,0587?

5. В партии из 10 деталей имеется 7 стандартных. Найдите вероятность того, что среди 6 взятых наудачу деталей 4 будут стандартными.

6. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гранях будет не меньше 8, а произведение их – четное число.

7. На фабрике, изготовляющей болты, первая машина производит 25 %, вторая – 35 %, третья – 40 % всех изделий. Брак в их продукции составляет соответственно 4 %, 3 % и 2 %. Найдите вероятность того, что случайно выбранный болт произведен второй машиной, если он оказался дефектным.

8. В цехе имеется четыре резервных мотора. Для каждого мотора вероятность включения на данный момент равна 0,1. Какова вероятность того, что в данный момент включен хотя бы один резервный мотор?

9. Из урны, содержащей 4 белых и 12 черных шаров, один шар утерян. Найдите вероятность того, что шар, извлеченный из урны после потери, окажется белым.

Случайные величины

1. Игральный кубик бросают три раза. Найдите закон распределения числа выпадений 6 очков и математическое ожидание этой величины, постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения.

2. Непрерывная случайная величина X задана функцией плотности вероятности $f(x) = \dfrac{a}{4+x^2}$, $x \in R$. Найдите параметр a и интегральную функцию распределения. Постройте график интегральной функции распределения.

3. Непрерывная случайная величина распределена равномерно в интервале (-3, 7). Найдите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 2) и покажите эту вероятность на графике.

4. Размер деталей, изготавливаемых автоматом, есть нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием 20 см и дисперсией 0,04 см^2. В каких границах можно гарантировать диаметр детали с вероятностью 0,996?

Вариант 12

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание монеты; события A_1 – появление герба, A_2 – появление цифры?
2. В ящике лежат 20 теннисных мячей, из них 12 новых и 8 игранных. Для игры берут наугад 2 мяча и после игры возвращают в ящик. Затем из ящика вынимают 2 мяча для следующей игры. Найдите вероятность того, что оба мяча будут новыми.
3. Вероятность попадания в цель равна 0,3. Сбрасываются одиночно 6 бомб. Найдите вероятность того, что в цель попадет 4 бомбы.
4. При штамповке 70 % деталей выходит первым сортом, 20 % – вторым, 10 % – третьим. Определите, сколько надо взять отштампованных деталей, чтобы с вероятностью 0,9973 можно было утверждать, что доля первосортных из них будет отличаться от вероятности изготовления первосортной детали по модулю не более чем на 0,05.
5. Из шести букв разрезной азбуки составлено слово «ананас». Карточки перемешаны. Какова вероятность получить это слово в порядке появления карточек при их произвольном выборе?
6. Преподаватель вызвал через старосту на обязательную консультацию трех студентов из 6 отстающих. Староста забыл фамилии вызванных студентов и послал на-

удачу трех отстающих студентов. Какова вероятность того, что староста послал именно тех трех студентов, которых назвал преподаватель?

7. Первый рабочий производит 55 % всех деталей, второй – 45 %. В продукции первого рабочего брак составляет 2 %, у второго – 1 %. Случайно взятая деталь оказалась бракованной. Найдите вероятность того, что она изготовлена вторым рабочим.

8. Какова вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гранях будет не больше 6, а произведение числа очков при этом – нечетное число?

9. На прядильной фабрике работница обслуживает 800 веретен, вероятность обрыва нити на каждом из них в течение некоторого промежутка времени равна 0,005. Найдите вероятность того, что в течение этого времени обрыв произойдет в десяти веретенах.

Случайные величины

1. Функция распределения вероятностей случайной величины имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ 0{,}04x^2, & \text{если } 0\le x\le 5;\\ 1, & \text{если } x>5.\end{cases}$$

Найдите вероятность того, что случайная величина окажется в интервале (3, 6), $M(X)$, постройте графики $f(x)$ и $F(x)$.

2. Монета подбрасывается 5 раз. Рассматривается случайная величина X – количество выпавших гербов. Постройте

ряд распределения этой случайной величины, найдите $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Постройте многоугольник распределения и график интегральной функции распределения.

3. Длительность времени безотказной работы прибора имеет показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,03t}$. Найдите вероятность безотказной работы прибора в течение 100 часов. Каков гарантийный срок прибора?

4. Длины деталей, выпускаемые автоматом, представляют собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно равны 7 см и 0,01 см. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 0,05 см, и покажите эту вероятность на графике.

Вариант 13

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление герба и цифры?

2. Энергосберегающие лампы изготовляются на двух заводах. Первый завод производит 60 % общего количества ламп, второй – 40 %. Продукция первого завода содержит 80 % стандартных ламп, второго – 90 %. В магазин поступает продукция обоих заводов. Купленная в магазине лампа оказалась стандартной. Найдите вероятность того, что она изготовлена на первом заводе.

3. Сколько раз надо бросить монету, чтобы с вероятностью не менее 0,9 герб появился хотя бы один раз?

4. Какова вероятность того, что в сентябре наудачу взятого года будет пять воскресений?

5. В мешочке содержатся 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекаются по одному три кубика. Найдите вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если они извлекаются без возвращения.

6. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Какова вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков?

7. Студент знает 25 из 30 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найдите вероятность того, что студент знает ответ на два вопроса билета.

8. На складе цеха имеются электродвигатели, 19 из них изготовлены на первом заводе, 6 – на втором и 11 – на третьем. Двигатели могут безотказно работать до конца гарантийного срока соответственно с вероятностями 0,85, 0,76, 0,71. Рабочий берет один двигатель и монтирует его к устройству. Найдите вероятность того, что двигатель проработает безотказно до конца гарантийного срока.

9. Определите вероятность того, что при четырех бросаниях монеты число выпадений цифры будет равно: а) трем; б) не более трех.

Случайные величины

1. Каждая из 4 ламп с вероятностью 0,9 имеет дефект. Лампочка ввинчивается в патрон и включается ток, при этом дефектная лампочка сразу перегорает, после чего заменяется другой. Постройте ряд распределения случайной величины X – числа лампочек, которое будет испробовано. Найдите $M(X)$, интегральную функцию распределения $F(x)$ и постройте ее график.

2. Случайная величина X задана интегральной функцией:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & если \quad x < 0; \\ x, & если \quad 0 \le x \le 1; \\ 1, & если \quad x > 1. \end{cases}$$

Найдите числовые характеристики этой случайной величины и дифференциальную функцию $f(x)$. Постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

2. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 5$. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (3, 7) и покажите ее на графике.

3. Размер деталей задан полем допуска 10 – 12 см. На заводе средний размер таких деталей 11,4 см, а среднее отклонение – 0,8 см. Какова вероятность получения бракованной детали с этого завода, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

Вариант 14

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание игральной кости; события A_1 – появление не более двух очков, A_2 – появление трех или четырех очков, A_3 – появление не менее пяти очков?

2. Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,2. Найдите вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности не более чем на 0,02.

3. Предприятие изготавливает 95 % стандартных изделий, причем 86 % из них 1 сорта. Какова вероятность того, что взятое наудачу изделие этого предприятия окажется 1 сорта?

4. Какова вероятность того, что в наудачу взятом високосном году будет 53 воскресенья?

5. Два охотника одновременно стреляют по цели. Известно, что первый охотник попадает с вероятностью 0,2, второй – 0,6. В результате первого залпа оказалось одно попадание. Найдите вероятность того, что промахнулся первый охотник.

6. На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 14. Наугад берутся две карточки. Какова вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима?

7. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70 % из первого цеха и 30 % – из второго. При этом материал первого цеха имеет 10 % брака, а второго – 20 %. Найдите вероятность того, что одна взятая наугад болванка не имеет дефектов.

8. При массовом производстве полупроводниковых диодов вероятность брака при формовке равна 0,1. Какова вероятность того, что из 400 наугад взятых диодов 50 будут бракованными?

9. Среди деталей, вырабатываемых рабочим, бывает в среднем 3 % нестандартных. Найдите вероятность того, что среди взятых на испытание 6 деталей две будут нестандартными.

Случайные величины

1. Опыт состоит из трех независимых бросаний монеты, при каждом из которых герб выпадает с вероятностью 0,5. Для случайного числа появлений герба постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график интегральной функции распределения $F(x)$. Найдите числовые характеристики.

2. Функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1; \\ a + b\arcsin x, & \text{если } -1 \le x \le 1; \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Найдите коэффициенты a, b и математическое ожидание этой случайной величины.

3. Автобусы некоторого маршрута идут по расписанию с интервалом движения 10 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать автобус, представляет собой величину, распределенную равномерно. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать очередной автобус менее 4 минут.

5. Заряд пороха для ружья 20 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,25 г и является нормально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 4,2 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 4,6 г.

Вариант 15

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – два выстрела по мишени; события A_1 – ни одного попадания, A_2 – одно попадание, A_3 – два попадания?

2. Что вероятнее выиграть в волейбол у равносильного противника: а) 2 партии из 3 или 4 из 5; б) не менее 2 из 3 или не менее 4 из 5?

3. Среди выпускаемых на данном предприятии трикотажных изделий в среднем 90 % приходится на изделия 1 сорта. Вычислите вероятность того, что в партии из 400 штук число изделий низших сортов будет от 35 до 40 включительно.

4. В ящике 35 одинаковых деталей, помеченных номерами от 1 до 35. Какова вероятность того, что наудачу вынутая деталь окажется с номером, сумма цифр которого либо 4, либо 9?

5. В тире 5 ружей. Три из них выбивают цель с вероятностью 0,8 и два – с вероятностью 0,9. Стрелок попал в мишень. Какова вероятность того, что он стрелял из ружья первой группы?

6. Найдите вероятность того, что из 500 посеянных семян не взойдет 130, если всхожесть семян оценивается вероятностью 0,75.

7. Из последовательности целых чисел от 1 до 10 наудачу выбираются два числа. Какова вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше 6?

8. Радиолампа, поставленная в телевизор, может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями $p_1 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}5$, $p_3 = 0{,}25$. Вероятности того, что лампа проработает определенное количество часов, для этих партий равны соответственно 0,1, 0,2, 0,4. Определите вероятность того, что лампа проработает заданное число часов.

9. При увеличении напряжения в два раза может произойти разрыв электрической цепи вследствие выхода из строя одного из трех последовательно соединенных элементов соответственно с вероятностями 0,3, 0,4, 0,5. Определите вероятность того, что не будет разрыва цепи.

Случайные величины

1. Интегральная функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины имеет вид $F(x) = A + B\ arctgx,\ \ x \in R$. Найдите параметры A и B и вероятность попадания этой случайной величины в интервал (–1, 1).

2. Бросаются два игральных кубика. X – сумма очков, выпавших на их верхних гранях. Постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график интегральной функции распределения случайной величины X. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Гарантийный срок эксплуатации адресной системы пожарной сигнализации составляет в среднем 18 месяцев. Какова вероятность того, что наудачу взятая сигнализация проработает не менее 2 лет, если время ее безотказной работы имеет показательное распределение.

4. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по нормальному закону, равны соответственно 0 и 2. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-6, 6) и покажите ее на графике. Объясните полученный результат.

Вариант 16

Случайные события

1. Являются ли зависимыми следующие события: опыт – выстрел по мишени; события A_1 – попадание, A_2 – промах?

2. В коробке 10 револьверов одной системы и одинаковых по виду, из них 6 пристреленных и 4 новых. Вероятность попасть в цель из пристреленного револьвера – 0,8, из нового – 0,4. Из взятого наудачу револьвера сделан выстрел. Какова вероятность того, что выстрел сделан из нового револьвера, если мишень не была поражена?

3. 90 % изделий, изготовленных на станке-автомате, первого сорта. Какова вероятность того, что среди пяти наудачу взятых изделий будет хотя бы четыре первого сорта?

4. Семена гороха имеют всхожесть 75 %. Определите вероятность того, что из 1000 семян взойдут от 720 до 780.

5. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найдите вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажется хотя бы одно окрашенное.

6. Пассажир ждет автобуса №3 или №7 возле остановки, у которой останавливаются автобусы шести маршрутов: №2, 3, 7, 8, 11, 23. Считая, что автобусы всех маршрутов появляются в среднем одинаково часто, найдите вероятность того, что первый подошедший к остановке автобус будет нужного пассажиру маршрута.

7. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый дает 25 %, второй – 30 %, третий – 45 % деталей данного типа. Первый автомат допускает 0,1 % нестандартных деталей, второй – 0,2 %, третий – 0,3 %. Найдите вероятность поступления на сборку нестандартной детали.

8. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,004. Найдите вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет в пяти веретенах.

9. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на один из двух вопросов, предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из 40, которые могут быть предложены. Какова вероятность того, что студент сдаст коллоквиум?

Случайные величины

1. Два равносильных противника играют три партии в шахматы. Случайная величина X – число набранных очков для каждого. Для нее постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график интегральной функции распределения. Найдите числовые характеристики данной случайной величины.

2. Функция распределения вероятностей имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 3; \\ 1-\left(\dfrac{3}{x}\right)^2, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Найдите функцию плотности вероятности и вероятность нахождения случайной величины в интервале (5, 10).

2. Длительность времени безотказной работы прибора имеет показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,04t}$. Найдите вероятность того, что за 100 часов работы этот прибор не откажет. Каков гарантийный срок прибора?

3. Длины деталей, выпускаемые автоматом, представляют собой случайную величину X, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно равны 5 и 0,02 мм. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 0,03 мм, и покажите эту вероятность на графике.

Вариант 17

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – бросание игральной кости; события A_1 – появление не менее трех очков, A_2 – появление не более четырех очков?

2. Из 25 вопросов программы студент знает 20. Найдите вероятность того, что студент ответит на три предложенных ему вопроса.

3. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятность того, что на обеих костях выпадет одинаковое число очков.

4. Команда составлена из двух отличных стрелков, трех хороших и пяти средних. Вероятность попадания в мишень каждого отличного стрелка – 0,99, хорошего – 0,9 и среднего – 0,75. Наугад выбранный из команды стрелок попадает в цель. Какова вероятность того, что это был отличный стрелок?

5. Производят 4 независимых выстрела с вероятностью попадания 0,3 при каждом выстреле. Найдите вероятность хотя бы двух попаданий.

6. Три станка подают детали в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго – 0,02 и для третьего – 0,01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Какова вероятность того, что взятая наугад из бункера деталь будет бракованной?

7. Из 15 билетов выигрышными являются четыре. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу шести билетов будет два выигрышных?

8. Фабрика выпускает 75 % продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что из 300 изделий число первосортных заключено между 219 и 234?

9. Игральную кость бросают 800 раз. Какова вероятность того, что число очков, кратное трем, выпадет 267 раз?

Случайные величины

1. Два баскетболиста забрасывают в корзину мяч с вероятностью соответственно 0,8 и 0,9. Найдите закон распределения числа заброшенных мячей при трех бросаниях, если начинает более слабый игрок. Постройте многоугольник распределения. Вычислите математическое ожидание этой случайной величины.

2. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x\le 0;\\ 0,5(x^2+x), & \text{если } 0<x\le 1;\\ 1, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Найдите дифференциальную функцию распределения и числовые характеристики этой случайной величины.

3. Найдите числовые характеристики равномерно распределенной в интервале (-6, 4) случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (-1, 6) и покажите эту вероятность на графике.

4. Длина изготовляемой детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя длина детали составляет 80 мм, а дисперсия – 0,64 мм^2. Какое поле допуска длины таких деталей можно гарантировать с вероятностью 0,997?

Вариант 18

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – извлечение двух карт из колоды; события A_1 – появление двух красных карт, A_2 – появление двух черных карт?

2. Вероятность получения бракованной детали при массовом изготовлении равна 0,08. Сколько надо проверить деталей, чтобы с вероятностью 0,9973 утверждать, что частота появления бракованной детали отличается по модулю от вероятности детали быть бракованной не более чем на 0,01?

3. Из 20 деталей 5 бракованных. Сборщик берет детали наудачу. Найдите вероятность того, что для выбора стандартной детали ему понадобится не более двух попыток.

4. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что на выпавших гранях число очков одинаково.

5. Последовательно посланы четыре радиосигнала. Вероятность приема каждого из них не зависит от того, приняты ли остальные сигналы, и равна 0,3. Определите вероятность приема двух и четырех сигналов, а также ни одного из них.

6. Для сигнализации о том, что режим работы автоматической линии отклоняется от нормального, используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 к одному из трех типов, для которых вероятности срабатывания при нарушении нормальной работы линии равны соответственно 1, 0,75 и 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего принадлежит индикатор?

7. Заготовки на сборку поступают из двух цехов: 70 % – из первого и 30 % – из второго. При этом заготовки первого цеха имеют плюсовые допуски в 10 % случаев, а второго – в 20 %. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь имеет плюсовой допуск?

8. Вероятность выхода из строя за некоторое время одного конденсатора равна 0,2. Определите вероятность того, что из 100 конденсаторов выйдет из строя за это время: а) не менее 30 конденсаторов; б) не более 20 конденсаторов.

9. Из ящика, в котором находится 31 стандартная деталь и 6 бракованных, берут 3 детали. Чему равны вероятности следующих событий: а) все три детали без дефекта; б) по крайней мере, одна деталь без дефекта?

Случайные величины

1. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } \ x\le 0;\\ 0,5(x^2+x), & \text{если } \ 0<x\le 1;\\ 1, & \text{если } \ x>1.\end{cases}$$

Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

2. Из каждых четырех пенальти вратарь парирует в среднем один удар. Найдите ряд распределения и математическое ожидание числа забитых мячей при пяти одиннадцатиметровых ударах.

3. Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 3$. Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (-2, 8) и покажите ее на графике.

4. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по нормальному закону, равны соответственно 5 и 9. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Покажите, что практически достоверно попадание случайной величины в интервал (-4, 14), и объясните полученный результат.

Вариант 19

Случайные события

1. Являются ли несовместными следующие события: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление герба на первой монете, A_2 – появление надписи на второй монете?

2. В лотерее 100 билетов. Из них: 1 выигрыш – в 100 р., 3 – по 50 р., 6 – по 30 р. и 15 – по 10 р. Найдите вероятность выиграть хотя бы по одному билету, если куплено 3 билета.

3. В тире имеются три ружья, вероятности попадания из которых 0,6, 0,8, 0,9. Определите вероятность попадания при одном выстреле, если стрелок берет одно из ружей наудачу.

4. В партии смешаны детали двух сортов: 80 % первого и 20 % второго. Сколько деталей первого сорта с вероятностью 0,0967 можно ожидать среди 100 наудачу взятых деталей?

5. Мимо бензоколонки проезжают легковые и грузовые машины. Среди них грузовых машин – 60 %. Вероятность того, что проезжающая машина подъедет на заправку для грузовых машин, равна 0,1, а для легковых – 0,2. К бензоколонке подъехала на заправку машина. Найдите вероятность того, что она грузовая.

6. Прибор состоит из трех узлов, каждый из которых, независимо от других, может отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. Вероятность безотказной работы первого узла равна 0,7, второго – 0,8 и третьего – 0,9. Найдите вероятность безотказной работы прибора в целом.

7. На стол бросается кубик, две грани которого окрашены. Какова вероятность того, что кубик упадет на стол окрашенной гранью.

8. В мастерской работают 6 моторов. Для каждого мотора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. Найдите вероятность того, что к обеденному перерыву: а) перегреются 4 мотора; б) перегреются все моторы; в) ни один мотор не перегреется.

9. Какова вероятность того, что в 1000 независимых испытаниях частота наступления события будет иметь отклонение от его вероятности $p = 0{,}36$ не более чем на 0,01?

Случайные величины

1. На пути движения автомашин 4 светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает автомашине движение. Случайная величина X – число светофоров, пройденных автомашиной до первой остановки. Постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения случайной величины X; в) график функции $F(x)$. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

2. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x \le \dfrac{3\pi}{4};\\ \cos 2x, & \text{если } \dfrac{3\pi}{4} < x \le \pi;\\ 1, & \text{если } x > \pi.\end{cases}$$

Найдите плотность распределения вероятностей и числовые характеристики этой случайной величины. Постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

3. Найдите числовые характеристики равномерно распределенной в интервале (8, 14) случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (10, 12) и покажите эту вероятность на графике.

4. Диаметр деталей, выпускаемых заводом, есть величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 20 см и дисперсией 6,25 см^2. Найдите вероятность брака, если допустимый размер детали 20 ± 2 см?

Вариант 20

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание монеты; события A_1 – появление герба, A_2 – появление цифры? Зависимы ли они?

2. Вероятность того, что станок-автомат выпускает стандартное изделие, равна $\dfrac{5}{6}$. Случайным образом отобрали 180 деталей. Найдите наивероятнейшее число стандартных деталей среди этих 180 и соответствующую вероятность.

3. Из колоды карт (36) наугад извлекаются три карты. Найдите вероятность того, что это дама и два туза.

4. Три охотника стреляют по зайцу с вероятностями попадания 0,3, 0,5, 0,7. Какова вероятность того, что заяц будет убит двумя пулями?

5. В семье пять детей. Найдите вероятность того, что среди этих детей не менее двух и не более трех мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

6. Три стрелка выстрелили одновременно, после чего в мишени обнаружена одна пуля. Найдите вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, а для третьего – 0,4.

7. В партии электрических лампочек 20 % изготовлены заводом №1, 30 % – заводом №2 и 50 % – заводом №3. Для завода №1 вероятность выпуска бракованной лампочки равна 0,01, для завода №2 – 0,005 и для завода №3 – 0,006. Какова вероятность того, что взятая из партии наудачу лампочка окажется бракованной?

8. Определить вероятность того, что случайно взятое целое число из интервала (0, 50) будет делиться на 8.

9. Вероятность появления события A в опыте равна 0,2. Опыт повторили независимым образом 400 раз. Какова вероятность того, что при этом событие A произойдет не менее 70, но не более 90 раз.

Случайные величины

1. В двух урнах по 5 пронумерованных шаров. В первой урне 2 шара имеют №1, 2 шара – №2 и 1 шар – №3. Во второй урне 3 шара имеют №1 и 2 шара имеют №2. Из этих урн наугад берут по одному шару и находят произведение их номеров. Получившееся число есть случайная величина X.

Постройте ее ряд распределения, многоугольник распределения и график функции распределения. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

2. Найдите параметр A и математическое ожидание случайной величины X, если ее функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0; \\ A(1 - \cos 2x), & \text{если } 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}; \\ 1, & \text{если } x > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

3. Лампы накаливания фирмы OSRAM рассчитаны на «средний срок службы» 1000 часов (по стандарту). Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает не менее 1200 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.

4. Длины деталей, выпускаемые автоматом, есть случайная величина, распределенную по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно равны 15 и 0,4 мм. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 1 см, и покажите эту вероятность на графике.

Вариант 21

Случайные события

1. Являются ли равновозможными следующие события: опыт – бросание согнутой пополам монеты; события A_1 – появление герба, A_2 – появление цифры? Образуют ли они полную группу?

2. Чтобы провести контроль продукции, из трех партий поступивших деталей взяли одну. Какова вероятность обнаружения брака, если в одной партии 25 % бракованных деталей, в другой – 20 %, а в третьей нет брака.

3. Подлежат исследованию 400 проб руды. Вероятность промышленного содержания металла в каждой пробе одинакова и равна 0,8. Найдите вероятность того, что число проб с промышленным содержанием металла будет заключено между 290 и 340.

4. В лотерее 100 билетов, среди них один выигрыш в 50 р., 3 выигрыша по 25 р., 6 выигрышей по 10 р. Некто купил 1 билет. Найдите вероятность выиграть не менее 25 р.

5. Вероятность хотя бы одного появления события A при четырех независимых опытах равна 0,59. Какова вероятность появления события A в одном опыте?

6. В мешочке содержатся 10 кубиков с номерами от 1 до 10. Наудачу извлекаются по одному три кубика с последующим возвращением. Найдите вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 5, 6, 7.

7. Завод отправил на базу 5000 изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0002. Найдите вероятность того, что на базу прибудет три поврежденных изделия.

8. Клапаны, изготовляемые в цехе, проверяются двумя контролерами, причем первый контролер проверяет 60 % всей продукции. Вероятность того, что годная деталь будет забракована, для первого контролера равна 0,06, а для второго – 0,02. При проверке забракованных клапанов обнаружен годный. Найдите вероятность того, что этот клапан проверял первый контролер.

9. В ящике лежат 15 красных, 9 синих и 6 зеленых шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимают 6 шаров. Какова вероятность того, что вынуты 1 зеленый, 2 синих, 3 красных шара?

Случайные величины

1. Случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ a(3x-x^2), & \text{если } 0\le x\le 3;\\ 0, & \text{если } x>3.\end{cases}$$

Найдите параметр a и вероятность попадания этой случайной величины в промежуток (1, 2).

2. Известно, что в партии из 20 телефонных аппаратов имеется 5 недействующих. Наудачу из этой партии взяли 4 аппарата. Найдите закон распределения случайной величины числа недействующих аппаратов из выбранных. Постройте многоугольник распределения и график функции $F(x)$. Вычислите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Интервал движения электропоездов направления «Самара – Тольятти» в среднем – 1 час 30 минут. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать электричку, представляет собой случайную величину, распределенную равномерно. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд более 35 минут и покажите эту вероятность на графике.

4. Заряд пороха для ружья 12 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,2 г и является нормально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 2,5 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 2,8 г.

Вариант 22

Случайные события

1. Является ли полной следующая группа событий: опыт – извлечение карты из колоды; события A_1 – появление карты червонной масти, A_2 – появление карты черной масти?

2. Из колоды карт (36 штук) случайным образом вынимают три карты. Определите вероятность того, что среди них появится хотя бы один туз.

3. На опытной станции посеяно 150 семян кукурузы. Наблюдения показывают, что всхожесть таких семян 95 %. Найдите вероятность того, что из 150 семян взойдут не менее 90 %.

4. В коробке 10 одинаковых изделий, 6 из которых окрашены. Наудачу извлечены три изделия. Найдите вероятность того, что среди трех извлеченных изделий два окрашены.

5. С какой вероятностью две наугад выбранные кости из полного набора домино можно приставить одну к другой?

6. Что вероятнее: выиграть в шахматы у равносильного противника не менее 3 партий из 4 или не менее 5 из 8?

7. В спартакиаде участвуют 4 студента I курса, 6 студентов II курса и 5 студентов III курса. Студент первого курса попадает в сборную института с вероятностью 0,9, студент второго курса – с вероятностью 0,7, а третьекурсник – с вероятностью 0,8. Наудачу выбранный студент оказался членом сборной института. На каком курсе вероятнее всего учится этот студент?

8. Вероятность появления события при одном опыте равна 0,4. С какой вероятностью можно утверждать, что частота этого события при 100 опытах будет отклоняться от ее вероятности не более чем на 0,1?

9. Из последовательности целых чисел от 1 до 10 наудачу выбираются два числа. Какова вероятность того, что произведение этих чисел равно 6?

Случайные величины

1. В одной урне 4 шара, в другой – 3. На каждом шаре отмечено число очков от 1 до 4 для первой урны и от 1 до 3 – для другой. Из каждой урны наугад извлекаются по одному шару. Пусть X – сумма очков, отмеченных на вынутых шарах. Постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график функции распределения этой случайной величины. Найдите числовые характеристики случайной величины X.

2. Найдите параметр A, интегральную функцию распределения и математическое ожидание случайной величины X, если ее плотность вероятности имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ A\sin\dfrac{x}{2}, & \text{если } 0\le x\le\pi;\\ 0, & \text{если } x>\pi.\end{cases}$$

Постройте графики функций $f(x)$ и $F(x)$.

3. Найдите числовые характеристики случайной величины, равномерно распределенной в интервале (7, 12). Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (10, 12) и покажите эту вероятность на графике.

4. Размер детали, изготовляемой автоматом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 100 мм и дисперсией 0,64 см^2. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,997 попадает размер наудачу взятой детали.

Вариант 23

Случайные события

1. Образует ли полную группу следующая группа событий: опыт – бросание двух монет; события A_1 – появление двух гербов, A_2 – появление герба и цифры? Если нет, то дополните указанную совокупность до полной группы.

2. Из полного набора костей домино (28 костей) выбирается наудачу одна кость. Какова вероятность того, что это будет кость 3–5? Найдите вероятность того, что следующую вынутую кость можно будет приставить к первой.

3. В урне два белых и три черных шара. Два игрока поочередно вынимают из урны по шару, не возвращая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше получит белый шар. Найдите вероятность того, что выиграет первый игрок.

4. Два равносильных противника играют три партии в шахматы. Найдите вероятность для каждого выиграть две партии из трех.

5. Три охотника стреляют по кабану, который после этого оказался убитым одной пулей. Найдите вероятность того, что кабан убит третьим охотником, если вероятности попадания в кабана для них равны соответственно 0,2, 0,4, 0,6.

6. По данным длительной проверки качества выпускаемых запчастей определенного типа, брак составляет 13 %. Определите вероятность того, что в непроверенной партии из 150 запчастей пригодных будет 128 штук.

7. Имеются три урны с шарами. В первой урне 4 белых и 3 черных, во второй – 5 белых и 2 черных, в третьей – 2 белых и 5 черных шаров. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найдите вероятность того, что этот шар окажется белым.

8. В партии из 50 деталей 5 нестандартных. Определите вероятность того, что среди выбранных наудачу шести деталей две окажутся нестандартными.

9. Проведено 1000 независимых испытаний, в каждом из которых событие A может произойти с вероятностью $p = 0{,}002$. Какова вероятность того, что при этом событие A наступило 10 раз?

Случайные величины

1. Найдите функцию распределения $F(x)$ и вероятность попадания случайной величины X в интервал (1, 2), если плотность вероятности случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<0;\\ 0{,}5x, & \text{если } 0\le x\le 2;\\ 0, & \text{если } x>2.\end{cases}$$

2. Производят 4 независимых выстрела, причем вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,3. Постройте: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) график функции $F(x)$ случайной величины X – числа попаданий. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Непрерывная случайная величина распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 0{,}01$. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал $(1, 2)$ и покажите ее на графике.

4. Размер деталей задан полем допуска 75 – 80 мм. На заводе средний размер таких деталей 7,7 см, а среднее отклонение – 0,5 см. Какова вероятность получения бракованной детали с этого завода, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

Вариант 24

Случайные события

1. Являются ли зависимыми следующие события: опыт – бросание игральной кости; события A_1 – появление четного числа очков, A_2 – появление нечетного числа очков?

2. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что произведение выпавших очков окажется равным 6?

3. Производится залп из двух орудий по мишени. Найдите вероятность поражения цели, если первое попадает с вероятностью 0,5, второе – с вероятностью 0,7.

4. Стрелок трижды стреляет по мишени с вероятностью попадания 0,6. Найдите для него вероятность набрать не менее 10 очков, если за каждое попадание начисляется 5 очков.

5. Помехи искажают 2/5 «точек» и 1/3 «тире» (при искажении каждый сигнал переходит в противоположный). В сообщении «точки» и «тире» встречаются в отношении 5:3. Определите вероятность того, что принят передаваемый сигнал, если принята «точка».

6. При массовом производстве продукции и установившемся процессе производства 4 % изделий выходят бракованными. Сколько изделий следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,99 можно было утверждать, что среди изделий доля бракованных по абсолютной величине отличается от 4 % не более чем на 2 %?

7. Автомашина используется для подвозки товара в три магазина. В первом магазине разгрузка выполняется в течение 30 минут с вероятностью 0,77, во втором – 0,67 и в третьем – 0,62. На базу сообщили, что машина разгружена за 30 минут. Определите вероятность, что это произошло в первом магазине.

8. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найдите вероятность того, что событие наступит 20 раз в 100 испытаниях.

9. Из 12 имеющихся приборов 3 неисправных. Какова вероятность того, что среди 4, взятых наугад приборов, находятся 2 неисправных?

Случайные величины

1. Вычислите математическое ожидание и вероятность попадания случайной величины X в интервал (0; 0,5), если функция распределения этой случайной величины имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 0; \\ 0,3x+0,7x^2, & \text{если } 0 < x \le 1; \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

2. Бросается три раза кубик, у которого две грани окрашены в белый цвет, а четыре – в черный. Случайная величина X – число появления белой грани. Постройте ряд распределения, многоугольник распределения и график функции распределения для случайной величины X. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Гарантийный срок службы энергосберегающих ламп КОСМОС составляет 8000 часов. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает не менее 12000 часов, если время безотказной работы лампы имеет показательное распределение.

4. Длины деталей, выпускаемые автоматом, – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием, равным 10 мм, и дисперсией, равной и 0,25 мм^2. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 0,2 мм, и покажите эту вероятность на графике.

Вариант 25

Случайные события

1. По мишени производится три выстрела. Рассматривают события A_k – попадание при k-том выстреле, $k = 1, 2, 3$. Пользуясь действиями над событиями A_k и $\overline{A_k}$, записать событие: B – только одно попадание.

2. Согласно наблюдениям, всхожесть семян ржи составляет 90 %. Чему равна вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут 5?

3. В первой урне лежат 3 черных и 2 красных шара, во второй – 5 черных и 5 красных и в третьей – 6 черных и 4 красных. Из каждой урны берут по одному шару. Найдите вероятность того, что все три вынутых шара одного цвета.

4. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму равна: для лыжника – 0,9, для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,75. Найдите вероятность того, что спортсмен, вызванный наудачу, выполнил норму.

5. Ребенок играет с пятью буквами разрезной азбуки: А, А, К, Н, У. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд, он получит слово «НАУКА»?

6. При вытачивании болтов наблюдается 1 % брака. Какова вероятность того, что из 400 болтов 390 будут стандартными?

7. В собранной электрической цепи может быть поставлен предохранитель первого типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,8, или предохранитель второго типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,9. Предохранитель первого типа может быть поставлен

в цепь с вероятностью 0,6, а второго типа – с вероятностью 0,4. Предохранитель в цепи сработал. Что вероятнее: поставлен предохранитель первого или второго типа?

8. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать отклонение относительной частоты появления события от его вероятности не более чем на 0,02?

9. На десяти одинаковых карточках написаны числа от 1 до 10. Наугад берутся две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел на этих карточках делится на три?

Случайные величины

1. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0,5e^{x}, & \text{если } x\le 0;\\ 1-0,5e^{-x}, & \text{если } x>0.\end{cases}$$

Найдите функцию плотности вероятности и числовые характеристики этой случайной величины.

2. Случайная величина X – число попаданий мячом в корзину при двух бросках. Вероятность попадания мячом в корзину при одном броске равна 0,4. Напишите закон распределения и функцию распределения случайной величины X, найдите ее числовые характеристики.

3. Случайная величина распределена равномерно в интервале (-4; 8,5). Составьте дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

4. Математическое ожидание и дисперсия нормально распределенной случайной величины равны соответственно 8 и 4. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Покажите, что практически достоверно попадание случайной величины в интервал (-2, 14), и объясните полученный результат.

Вариант 26

Случайные события

1. По мишени производится три выстрела. Рассматриваются события A_k – попадание при k-том выстреле, $k = 1, 2, 3$. Пользуясь действиями над событиями A_k и $\overline{A_k}$, записать событие C – только два попадания.

2. Электростанция обслуживает сеть с 10000 лампами, вероятность включения каждой из них вечером равна 0,6. Определите вероятность того, что число одновременно включенных ламп будет лежать между 5900 и 6100.

3. Рабочий, обслуживающий два станка, вынужден был отлучиться на некоторое время. Вероятности того, что в течение этого времени станки потребуют внимания рабочего, равны 0,7 и 0,8 соответственно. Найдите вероятность того, что за время отсутствия рабочего ни один станок не потребует его внимания.

4. В ящике 10 деталей, среди них 4 детали изготовлены заводом №1, остальные – заводом №2. Взяты три детали. Какова вероятность того, что вынуты две детали завода №1 и одна – завода №2.

5. Из 10 деталей 4 окрашены. Вероятность того, что окрашенная деталь тяжелее нормы, равна 0,3, а для неокрашенной детали эта вероятность равна 0,1. Взятая наудачу деталь оказалась тяжелее нормы. Найдите вероятность того, что она окрашена.

6. В приборе стоят 6 одинаковых предохранителей. Для каждого из них вероятность перегореть после 1000 часов работы равна 0,4. Если перегорело хотя бы два предохранителя, то прибор требует ремонта. Найдите вероятность того, что прибор потребует ремонта после 1000 часов работы, если предохранители перегорают независимо друг от друга.

7. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,7. Найдите вероятность того, что в 1600 испытаниях событие наступит 900 раз.

8. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что разность выпавших очков равна 1?

9. Производят 3 выстрела. Вероятность попадания при этом равны 0,5; 0,6 и 0,8 соответственно. При одном попадании самолет будет сбит с вероятностью 0,3, при двух – с вероятностью 0,6, при трех – самолет будет сбит наверняка. Какова вероятность того, что самолет будет сбит?

Случайные величины

1. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \textit{если}\ \ x\le 2; \\ 0{,}5x-1, & \textit{если}\ \ 2<x\le 4; \\ 1, & \textit{если}\ \ x>4. \end{cases}$$

Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Постройте графики интегральной и дифференциальной функций.

2. Из партии из 25 изделий, среди которых имеется 6 нестандартных, выбраны случайным образом 3 изделия для проверки их качества. Постройте (с точностью до 0,01) за-

кон распределения случайного числа *X* нестандартных изделий, содержащихся в выборке, многоугольник распределения и график функции распределения. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Поезда метрополитена идут с интервалом 3 минуты. Время, в течение которого пассажиру приходится ждать поезд, представляет собой случайную величину, распределенную равномерно. Найдите вероятность того, что пассажир будет ожидать поезд менее 1 минуты и покажите эту вероятность на графике.

4. Заряд пороха для ружья 16 калибра отвешивается на весах со средней ошибкой взвешивания 0,25 г и является нормально распределенной случайной величиной. Номинальный вес заряда составляет 5,1 г. Найдите вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес заряда равен 5,6 г.

Вариант 27

Случайные события

1. Назовите противоположные события для событий: *A* – не более двух попаданий при пяти выстрелах, B – хотя бы одно попадание при пяти выстрелах.

2. Имеется 100 станков одинаковой мощности, работающих независимо друг от друга в одинаковом режиме, при котором их привод оказывается включенным в течение 0,8 всего рабочего времени. Какова вероятность того, что в произвольно взятый момент времени окажутся включенными от 70 до 86 станков?

3. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по одной и той же цели. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,8, второго – 0,9. Найдите вероятность поражения цели.

4. Бросаются две правильные треугольные пирамиды, сделанные из однородного материала. На их гранях помечены точками очки: 1, 2, 3 и 4. Какова вероятность того, что произведение очков, выпавших на обеих пирамидах, равно четырем.

5. В пирамиде установлено 20 винтовок, 14 из которых имеют оптический прицел. Вероятность поражения мишени из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела – 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Какова вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом?

6. 40 % шестерен, лежащих в ящике, изготовлены на заводе №1, остальные – на заводе №2. Из ящика взяли наудачу 7 шестерен. Какова вероятность того, что среди них окажутся изготовленными заводом №1: а) две; б) менее трех.

7. Вероятность наступления события в одном испытании равна 0,07. Какова вероятность того, что в 1400 испытаниях это событие наступит 28 раз?

8. В ящике лежат 15 красных, 9 синих и 6 зеленых шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимают 6 шаров. Какова вероятность того, что вынули 1 зеленый, 2 синих и 3 красных шара?

9. Часы изготовляются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 40 % продукции, второй – 45 % и третий – 15 %. В продукции первого завода спешат 20 % часов, у второго – 30 % и у третьего – 10 %. Какова вероятность того, что купленные часы не спешат?

Случайные величины

1. Случайная величина *X* задана интегральной функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \textit{если} \quad x \le 0; \\ 3x^2+2x, & \textit{если} \quad 0 < x \le \dfrac{1}{3}; \\ 1, & \textit{если} \quad x > \dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Постройте графики интегральной и дифференциальной функций.

2. Производят выстрелы из орудий с вероятностью попадания 0,8 при каждом выстреле. Стрельба ведется до первого попадания, но не свыше четырех выстрелов. Напишите закон распределения случайной величины X– числа произведенных выстрелов. Постройте многоугольник распределения и график функции распределения. Найдите числовые характеристики этой случайной величины.

3. Длительность времени безотказной работы прибора имеет показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,07t}$. Каков его гарантийный срок? Какова вероятность того, что прибор прослужит вдвое дольше гарантийного срока?

4. Размер деталей задан полем допуска 20 – 22 см. Средний размер таких деталей – 20,6 см, а среднее отклонение – 0,8 см. Какова вероятность получения бракованной детали, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

Вариант 28

Случайные события

1. Назовите противоположные события для событий A – выпадение двух гербов при бросании двух монет, B – три попадания при трех выстрелах.

2. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Найдите вероятность того, что из 200 родившихся детей мальчиков и девочек будет поровну.

3. Вероятности того, что каждый из трех друзей придет в условленное место, соответственно равны $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,4$, $p_3 = 0,7$. Определите вероятность того, что встреча состоится, если для этого достаточно явиться двум из трех друзей.

4. В ящике лежат 20 одинаковых на ощупь шаров. Из них 12 белых и 8 черных. Наудачу вынимают два шара. Какова вероятность того, что оба они белые? Какова вероятность того, что они разного цвета?

5. Изделие может поступить для обработки на первый станок с вероятностью 0,2, на второй – с вероятностью 0,3 и на третий станок – с вероятностью 0,5. При обработке на первом станке вероятность брака равна 0,02, на втором – 0,03, на третьем – 0,05. Выбранное наудачу изделие оказалось бракованным. Чему равна вероятность того, что изделие было обработано на третьем станке?

6. В ящике лежат несколько тысяч предохранителей. Половина их изготовлена заводом №1, остальные – заводом №2. Наудачу вынули пять предохранителей. Чему равна вероятность того, что заводом №1 из них изготовлены: а) два; б) менее двух; в) более двух?

7. Игральную кость бросают 4200 раз. Какова вероятность того, что при этом три очка выпало 700 раз?

8. Бросили две игральные кости и подсчитали сумму выпавших очков. Что вероятнее: получить в сумме 7 или 8?

9. На сборку поступают детали, изготовленные тремя автоматами. Известно, что первый автомат дает 0,3 % брака, второй – 0,2 % и третий – 0,4 %. Найдите вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 1000, со второго – 2000 и с третьего – 2500 деталей.

Случайные величины

1. Случайная величина задана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \textit{если} \;\; x \le 0; \\ \dfrac{x^2}{16}, & \textit{если} \;\; 0 < x \le 4; \\ 1, & \textit{если} \;\; x > 4. \end{cases}$$

Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Постройте графики интегральной и дифференциальной функций.

2. Билет на право разового участия в азартной игре стоит $\boldsymbol{x}$ долларов. Игрок выбрасывает две игральные кости и получает выигрыш 100 долларов, если выпали две шестерки, 10 долларов – при выпадении одной шестерки и проигрывает, если ни одной шестерки не появилось. Какова должна быть стоимость билета, чтобы игра приносила доход ее устроителям?

3. Непрерывная случайная величина имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,7$. Найдите числовые характеристики этой случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Определите вероятность попадания случайной величины в интервал (5, 9) и покажите ее на графике.

4. Длины деталей, выпускаемые автоматом, – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием, равным 30 мм, и дисперсией, равной 0,64 мм^2. Найдите вероятность того, что отклонение длины детали от ее математического ожидания не превзойдет 3 мм, и покажите эту вероятность на графике.

Вариант 29

Случайные события

1. Назовите противоположные события для событий A – выпадение одного герба при бросании двух монет, B – ни одного попадания при трех выстрелах.

2. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков суммарное число очков на выпавших гранях будет не меньше 9.

3. В ящике имеется 12 деталей, среди которых 10 стандартных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найдите вероятность того, что среди них две стандартные.

4. В урне лежат 2 красных и 3 черных шара. Два игрока поочередно вынимают из урны по одному шару, не возвращая их обратно. Выигрывает тот, кто раньше получит красный шар. Найдите вероятность того, что выиграет первый игрок.

5. Имеются две партии однородных изделий: первая партия состоит из 10 изделий, среди которых 2 дефектных, вторая партия – из 12 изделий, причем 3 дефектных. Из первой партии берутся случайным образом 3 изделия, а из второй – 4, которые смешиваются и образуют новую партию. Из новой партии берется наугад одно изделие. Найдите вероятность того, что оно будет дефектным.

6. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем первый завод поставляет 50 %, второй – 30 %, третий – 20 % изделий. Среди изделий первого завода 70 % первосортных, второго – 80 %, третьего – 90 %. Купленное изделие оказалось первосортным. Определите вероятность того, что оно выпущено третьим заводом.

7. Игральная кость подброшена 5 раз. Найдите вероятность того, что «шестерка» выпала три раза.

8. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 80 раз.

9. Среди семян пшеницы имеется 0,2 % семян сорняков. Определите вероятность того, что при случайном отборе 1000 семян будет обнаружено 5 семян сорняков?

Случайные величины

1. Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le 0;\\ x^3, & \text{если} \quad 0<x\le 1;\\ 1, & \text{если} \quad x>1.\end{cases}$$

Найдите плотность распределения вероятностей и числовые характеристики этой случайной величины.

2. В партии 5 % нестандартных деталей. Наудачу отобраны 3 детали. Напишите закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди трех отобранных. Найдите числовые характеристики этой случайной величины и функцию распределения $F(x)$. Постройте многоугольник распределения и график $F(x)$.

3. Время безотказной работы прибора имеет показательное распределение. Найдите вероятность того, что прибор проработает не менее 100 часов, если среднее время работы прибора 80 часов.

4. Диаметр детали, изготовляемой станком-автоматом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 5 см и дисперсией 0,16 см^2. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,996 попадает размер наудачу взятой детали.

Вариант 30

Случайные события

1. Может ли при каком-либо значении аргумента функция распределения быть отрицательной?

2. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков произведение числа очков на выпавших гранях будет не меньше 20.

3. Завод изготовляет определенного вида изделия. Каждое изделие имеет дефект с вероятностью 0,09. Изделие осматривается одним контролером. Он обнаруживает имеющийся дефект с вероятностью 0,95, а если дефект не обнаружен, пропускает изделие в готовую продукцию. Кроме того, контролер может по ошибке забраковать изделие, не имеющее дефект с вероятностью 0,08. Найдите вероятность того, что: 1) изделие будет забраковано; 2) изделие будет забраковано, но ошибочно; 3) изделие будет пропущено в готовую продукцию с дефектом.

4. В коробке 8 одинаковых деталей, среди них 3 окрашены. Наудачу извлечены 2 детали. Найдите вероятность того, что среди извлеченных деталей хотя бы одна окрашена.

5. Из 100 ламп 30 принадлежат первой партии, 70 ламп – второй партии. В первой партии 6 % бракованных ламп, во второй – 4 %. Наудачу выбирается одна лампа. Определите вероятность того, что выбранная лампа бракованная.

6. На сборку поступают детали с двух станков – автоматов. Первый допускает 2 % брака, второй – 1 %. С первого автомата в час поступает 60 деталей, со второго – 40. Случайно взятая деталь оказалась бракованной. Что вероятнее: деталь изготовлена на первом или на втором станке?

7. Игральная кость брошена 6 раз. Найдите вероятность того, что «шестерка» выпала ровно четыре раза.

8. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 75 и не более 90 раз.

9. Вероятность сбоя в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,002. Поступило 1000 вызовов. Определите вероятность 7 сбоев.

Случайные величины

1. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & если\ \ x\le 0;\\ \dfrac{x^2}{4}, & если\ 0<x\le 2;\\ 1, & если\ \ x>2.\end{cases}$$

Найдите плотность распределения вероятностей и числовые характеристики этой случайной величины.

2. Две игральные кости бросают два раза. Напишите закон распределения дискретной случайной величины X – числа выпадений четного числа очков на двух игральных костях. Найдите математическое ожидание и функцию распределения $F(x)$. Постройте многоугольник распределения и график $F(x)$.

3. Найдите числовые характеристики равномерно распределенной в интервале (-3; 1,5) случайной величины. Запишите дифференциальную и интегральную функции распределения, постройте их графики. Вычислите вероятность попадания этой случайной величины в интервал (0, 2) и покажите эту вероятность на графике.

4. Размер деталей задан полем допуска 50-60 мм. На заводе средний размер таких деталей 5,6 см, а среднее отклонение – 0,6 см. Какова вероятность получения бракованной детали с этого завода, если ее размер подчиняется нормальному закону распределения?

Приложения

Таблица 1

Таблица значений функции $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1786
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363

Таблица 1 (окончание)

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица 2

Таблица значений функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2}dz$

x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599

Таблица 2 (продолжение)

x	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		

Таблица 2 (продолжение)

x	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**	**x**	**Φ(x)**
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0.4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979

Таблица 2 (окончание)

x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Список литературы

1. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2006.
2. Вентцель, Е.С., Овчаров, Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: Издательский центр «Академия», 2003.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшее образование, 2006.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшее образование, 2006.
5. Гнеденко, Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. – М.: Едиториал УРСС, 2003.
6. Данко, П. Е., Попов, А. Г., Кожевникова, Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 частях. Часть 2. – М.: Оникс, 2003.
7. Свешников, А.А. и др. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / А.А. Свешников, Б.Г. Володин, М.П. Ганин, И.Я. Динер, Л.Б. Комаров, К.Б. Старобин. – СПб.: Лань, 2008.

Учебное издание

ЕГОРОВА Ирина Петровна
КШНЯКИНА Нина Васильевна
ФАДЕЕВА Оксана Владиславовна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Сборник задач

Редактор *А.А. Сыромятников*
Технический редактор *А.С. Васина*
Корректор *С.С. Ерышева*

Подписано в печать 19.07.2012 г. Формат 60x84/16
Бумага офсетная. Печать оперативная.
Уч.-изд. л. 3,43. Усл. печ. л. 6,63
Тираж 60 экз. Рег. № 199 (52)

ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет»
443001, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194